

統計モデリング入門 2017 (a)

An overview for this Statistical Modeling class

観測されたパターンを説明する統計モデル

久保拓弥 (北海道大・環境科学)

kubo@ees.hokudai.ac.jp

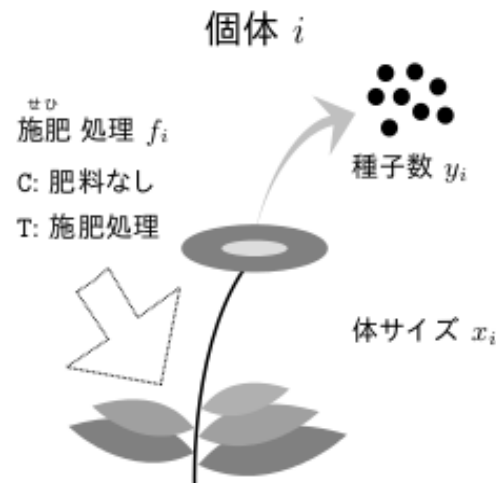
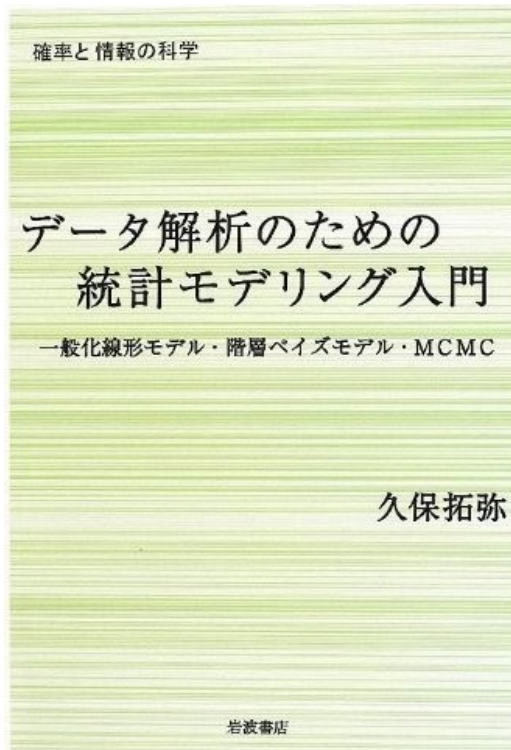


図 3.1 この例題に登場する架空植物の第 i 番目の個体. この植物の体サイズ (個体の大きさ) x_i と肥料をやる施肥処理 f_i が種子数 y_i にどう影響しているのかを知りたい.

The main language of this class is
Japanese ... Sorry

- Why in Japanese? ... because even in Japanese, **statistics is difficult** for Japanese students to understand.
- I will **compensate for language disadvantages** in foreign students when I give grades.
- **Questions in English are always welcomed!**

この統計モデリング授業

- web 上の「課題」に回答してください
 - 回答もメールで送信してください
 - 課題 <https://goo.gl/z9yCJY>
- 成績評価は「課題」の回答
 - 出欠関係なし

subject: kubostat

to: kubo@ees.hokudai.ac.jp

Performance Rating

- E-mail assignment <https://goo.gl/z9yCJY>
- **That's ALL!**
- Attendance? NOT care.

subject: kubostat

to: kubo@ees.hokudai.ac.jp

What for Statistical
Modeling?


なぜデータ解析の方法を
勉強しなければならないのか？

データ解析はあまり重視されてなかった
内容がわからなくてもソフトウェアにまるなげ

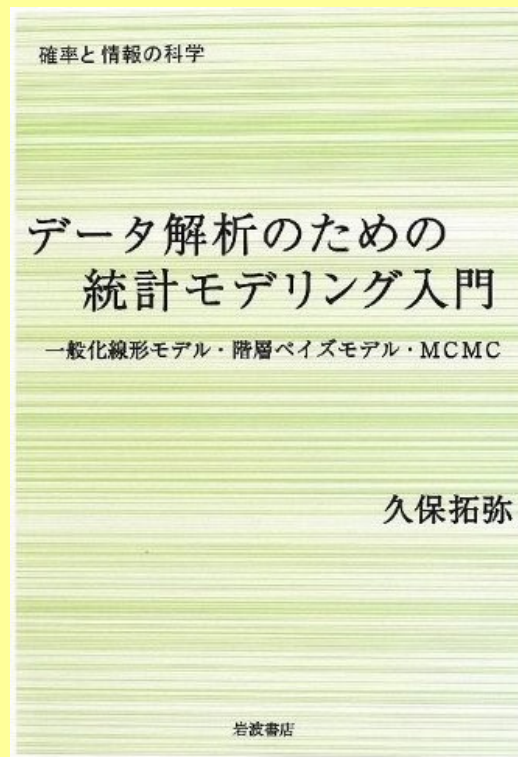
- ブラックボックス統計解析
 - No “Blackbox” statistics!
- とにかく「ゆーい差」さえ出せばよいという発想になっている
 - Don't blindly believe “Significance” !

この授業のねらい (aim)

できるだけ内容を理解して統計ソフトウェアを使おう!

- Understand how to fit statistical models to your data データにあてはめられる統計モデルを作ろう
- Use the statistical software  to show your data structure

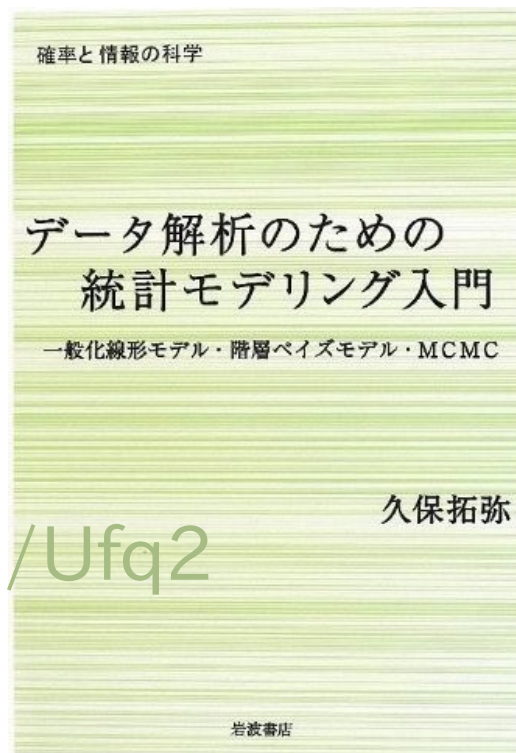
教科書とソフトウェア



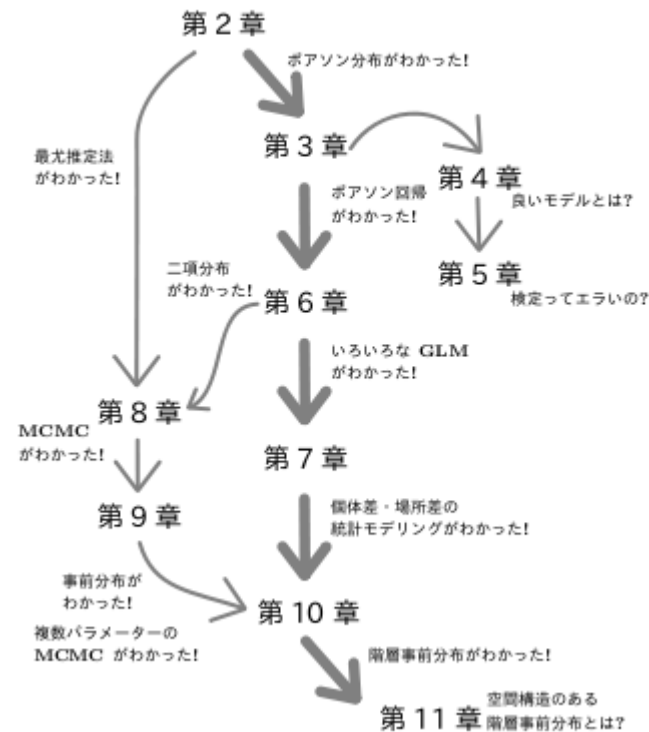
この授業は「統計モデリング入門」 にそった内容を説明します

my text book (in Japanese)
(第 2 章以降の説明の流れ)

著者: 久保拓弥
出版社: 岩波書店
2012-05-18 刊行
価格 3990 円



<http://goo.gl/Ufq2>



割引販売 3000 円!!

Statistical software for this course

統計ソフトウェア R



統計学の勉強には良い統計ソフトウェアが必要!

- 無料で入手できる
- 内容が完全に公開されている
- 多くの研究者が使っている
- 作図機能が強力

この教科書でも R を
使って問題を解決する
方法を説明しています

追記メモ : RStudio の紹介!



統計モデルとは何か？

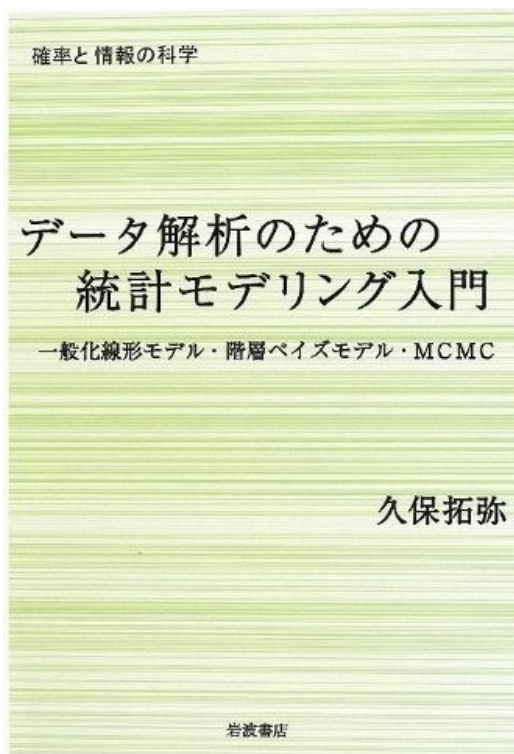
What? statistical modeling?



「統計モデル」とは何か？

どんな統計解析においても
統計モデルが使用されている

- 観察によってデータ化された現象を説明するために作られる
- 確率分布が基本的な部品であり、これはデータにみられるばらつきを表現する手段である
- データとモデルを対応づける手つづきが準備されていて、モデルがデータにどれぐらい良くあてはまっているかを定量的に評価できる



「統計モデリング入門」の主張

「何でも正規分布」じゃないだろ!

線形モデルの発展

推定計算方法

MCMC

階層ベイズモデル

もっと自由な
統計モデリン
グを!

一般化線形混合モデル

最尤推定法

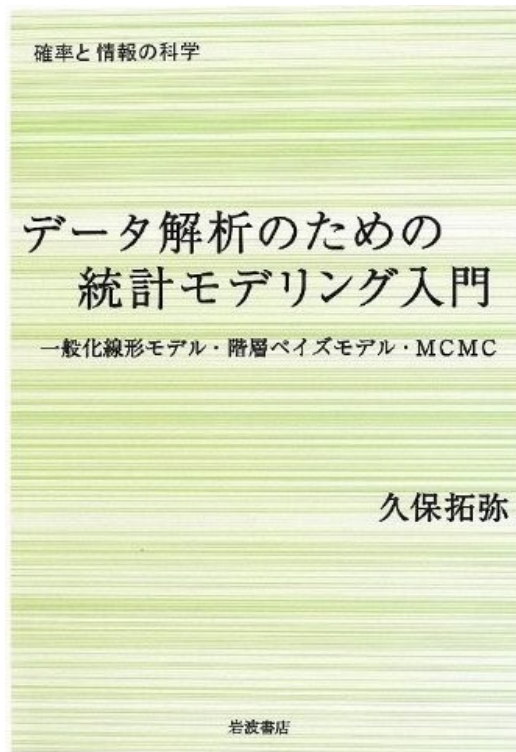
個体差・場所差
といった変量効果
をあつかいたい

一般化線形モデル

正規分布以外の
確率分布をあつ
かいたい

最小二乗法

線形モデル



GLM and extended GLMs!

a better statistical model for better data analysis!

The Evolution of Linear Models

Parameter Estimation
MCMC

Hierarchical Bayesian Model
(HBM)

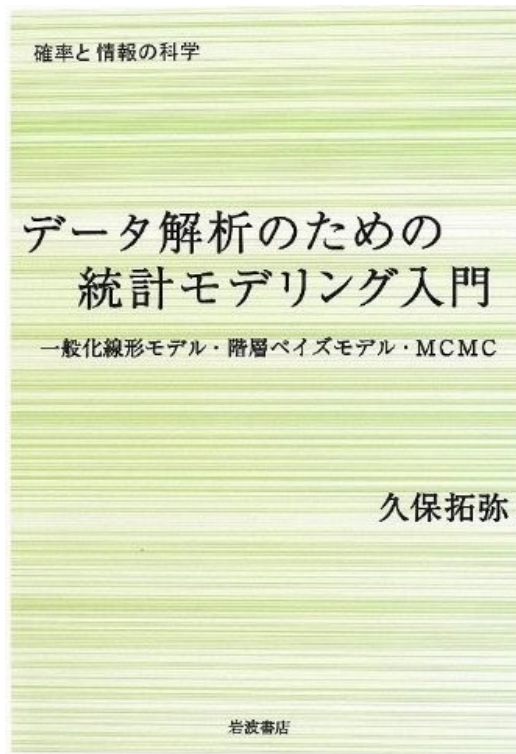
Generalized Linear Mixed Model
(GLMM)

MLE

Generalized
Linear Model (GLM)

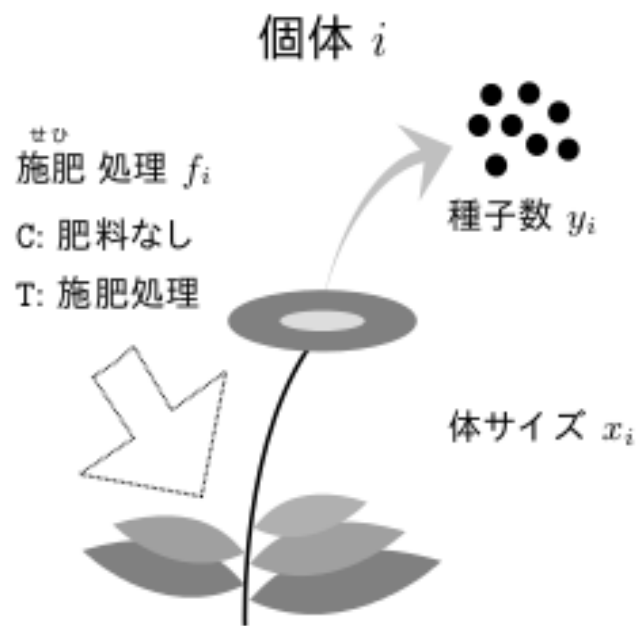
MSE

Linear Model

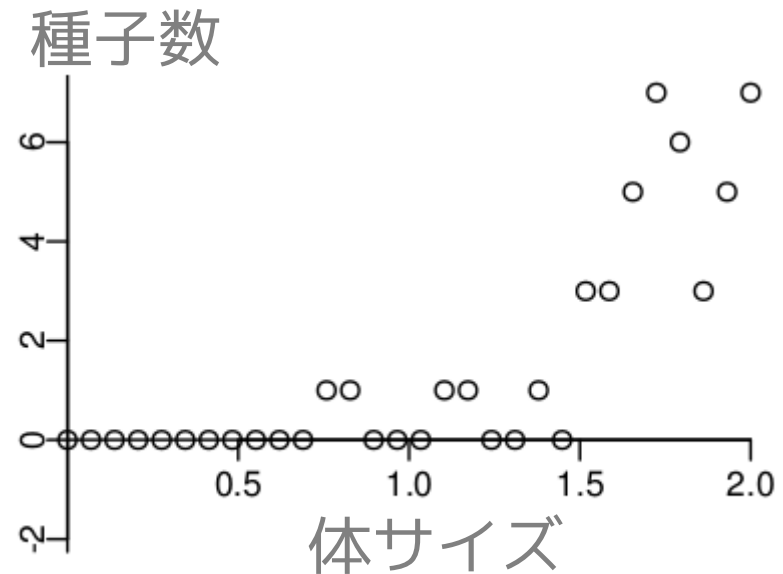


たとえばこんなデータがあったしましょう

An example



number of seeds

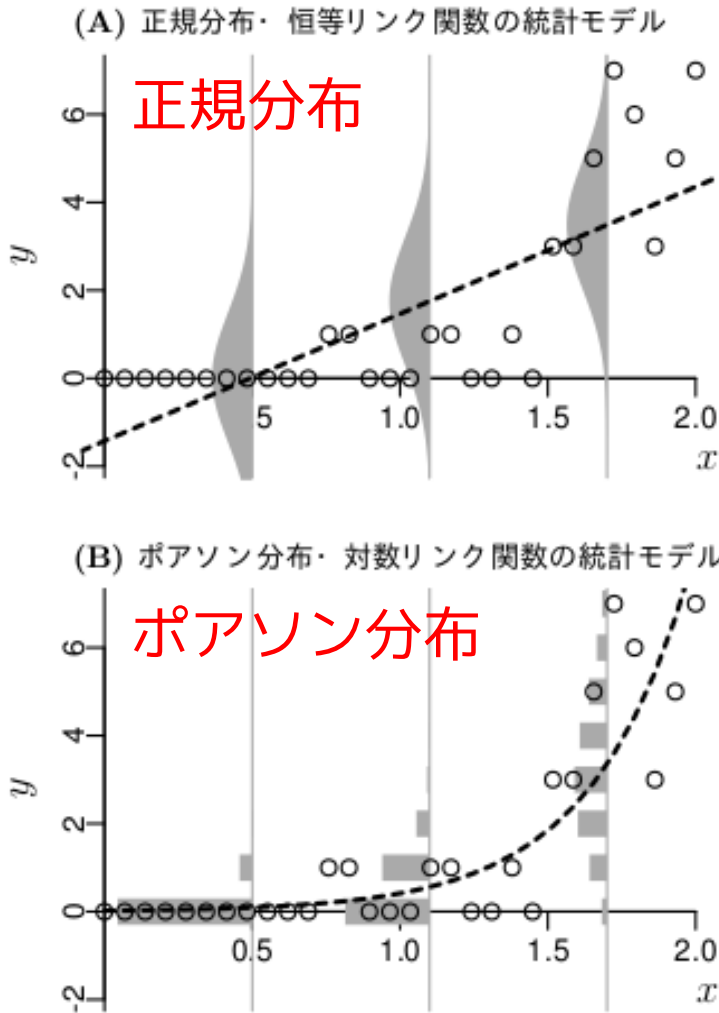


plant body size

図 3.1 この例題に登場する架空植物の第 i 番目の個体. この植物の体サイズ(個体の大きさ) x_i と肥料をやる施肥処理 f_i が種子数 y_i にどう影響しているのかを知りたい.

一般化線形モデル - ばらつきをよく見る

Don't use the normal distribution
without seeing data!



線形モデルの発展

階層ベイズモデル

もっと自由な
統計モデリン
グを!

一般化線形混合モデル

推定計算方法
MCMC

個体差・場所差
といった変量効果
をあつかいたい

一般化線形モデル

最尤推定法

正規分布以外の
確率分布をあつ
かいたい

最小二乗法
線形モデル

0 個, 1 個, 2 個と数えられる種子数が
「正規分布」なわけないだろ!!

3.9 回帰モデルと確率分布の関係。また別の架空データに対して GLM をあてはめた例。破線は x とともに変化する平均値。グレイで

全体の流れ

Course Overview

統計モデリング入門 2017 (b)

probability distribution and maximum likelihood estimation
確率分布と最尤推定

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

京大霊長研の講義 <https://goo.gl/z9yCJY>

2017-11-14

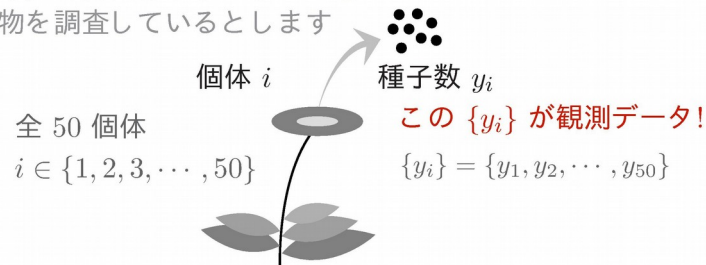
ファイル更新時刻: 2017-11-11 16:02

単純化した例題

例題: 種子数の統計モデリング まあ、かなり単純な例から始めましょう

number of seeds per plant individual
こんなデータ (架空) があったとしましょう

まあ、なんだかこういうヘンな
植物を調査しているとします



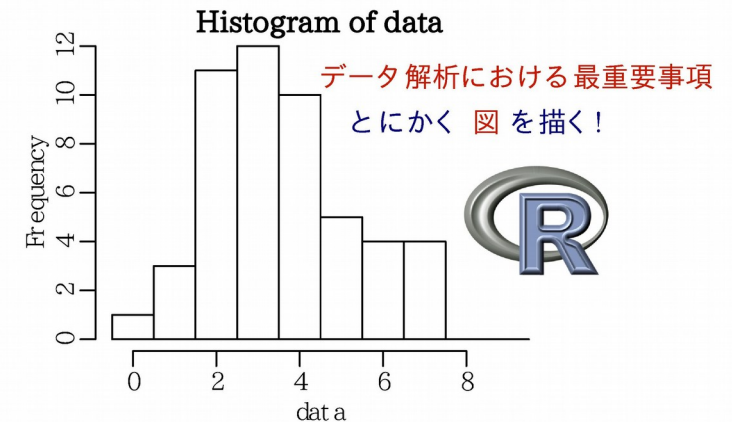
このデータ $\{y_i\}$ がすでに R という統計ソフトウェアに
格納されていた、としましょう

```
> data
[1] 2 2 4 6 4 5 2 3 1 2 0 4 3 3 3 3 4 2 7 2 4 3 3 3 4
[26] 3 7 5 3 1 7 6 4 6 5 2 4 7 2 2 6 2 4 5 4 5 1 3 2 3
```

例題: 種子数の統計モデリング まあ、かなり単純な例から始めましょう

start with data plotting, always
とりあえずヒストグラムを描いてみる

```
> hist(data, breaks = seq(-0.5, 9.5, 1))
```



Simplified examples to learn statistical modeling

カウントデータはポアソン分布を使って説明できないかを調べる

Find some
appropriate
probability
distributions
to fit the
observed
distributions

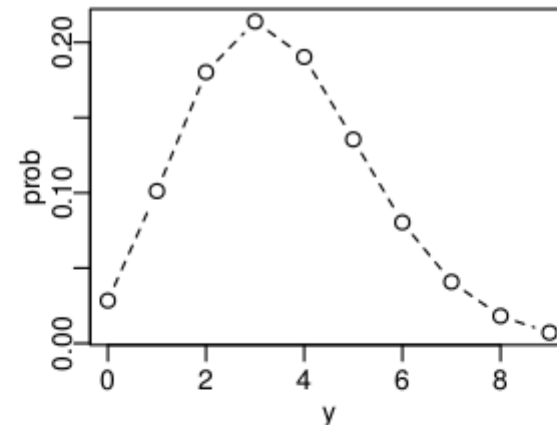


図 4 平均 $\lambda = 3.56$ のポアソン分布. 種子数 y とその確率 prob の関係が示されている. 図 4 の表を図にしたもの. R の `plot()` 関数の引数, `type = "b"` によって「丸と折れ線による図示」, `lty = 2` によって「折れ線は破線で」と指示している.

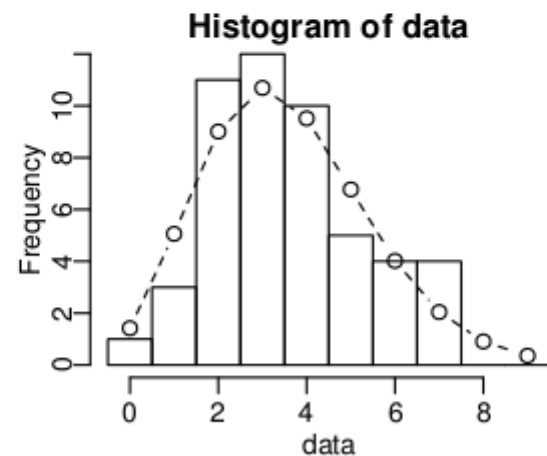
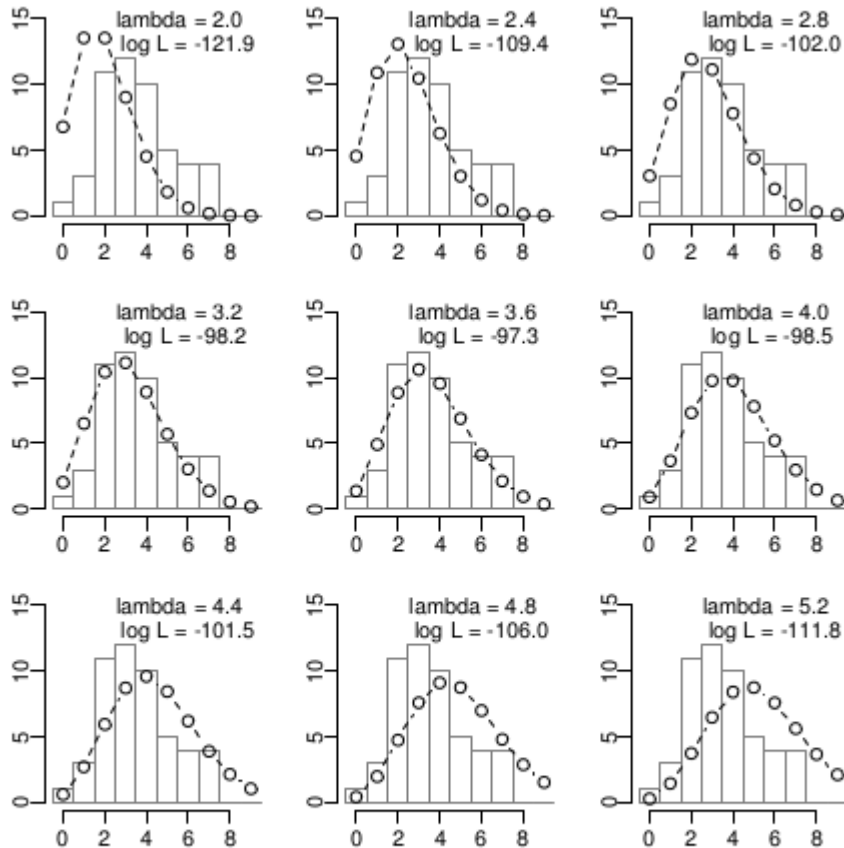


図 5 観測データと確率分布の対応をながめる. ヒストグラムは図 4 と同じ. それに重ねられている丸と破線は y 個の種子をもつ個体数の予測. 平均 3.56 の図 4 のポアソン分布の確率分布に全個体数 50 をかけて得られる.

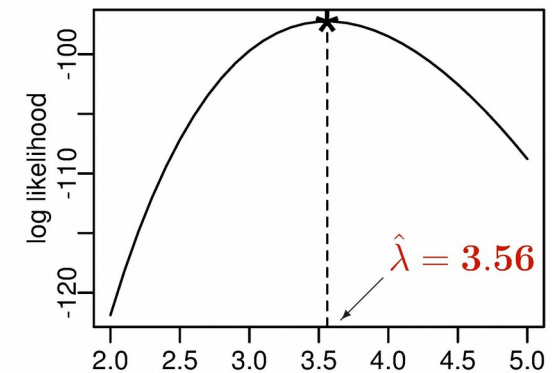
さいゆう

最尤推定という考えかたを説明します



ポアソン分布のパラメータの 最尤推定 もっとももらしい推定?
seek the maximum likelihood estimate, $\hat{\lambda}$
対数尤度を最大化する $\hat{\lambda}$ をさがす

$$\text{対数尤度 } \log L(\lambda) = \sum_i (y_i \log \lambda - \lambda - \sum_k^{y_i} \log k)$$



$$\frac{d \log L}{d \lambda} = 0 \text{ より}$$

図 7 平均 λ (lambda) を変化させていったポアソン分布と、観測データへのあてはまりの良さ (対数尤度 $\log L$)。すべてのヒストグラムは図 2 と同じ。

How to fit the distribution to the observation?

Maximum likelihood estimation!

統計モデリング入門 2017 (c)

Poisson regression, a generalized linear model (GLM)
一般化線形モデル: ポアソン回帰

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

京大霊長研の講義 <https://goo.gl/z9yCJY>

2017-11-14

ファイル更新時刻: 2017-11-11 16:02

ここで登場する ---

「何でも正規分布」ではダメ! という発想

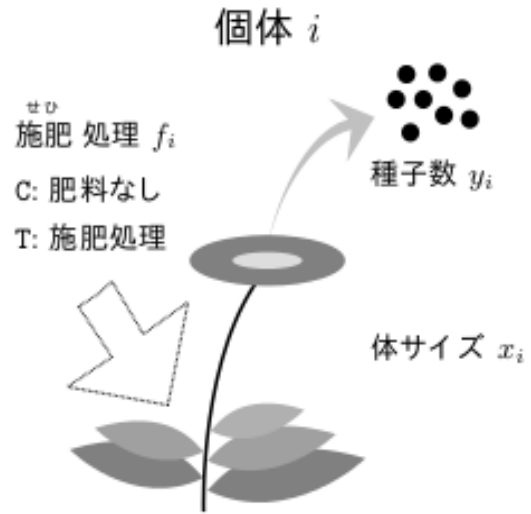


図 3.1 この例題に登場する架空植物の第 i 番目の個体. この植物の体サイズ (個体の大きさ) x_i と肥料をやる施肥処理 f_i が種子数 y_i にどう影響しているのかを知りたい.

the “normal
distribution is NOT
“normal”

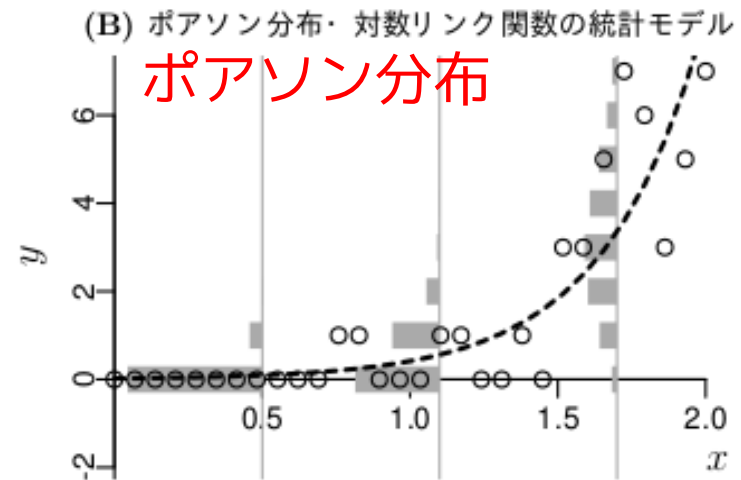
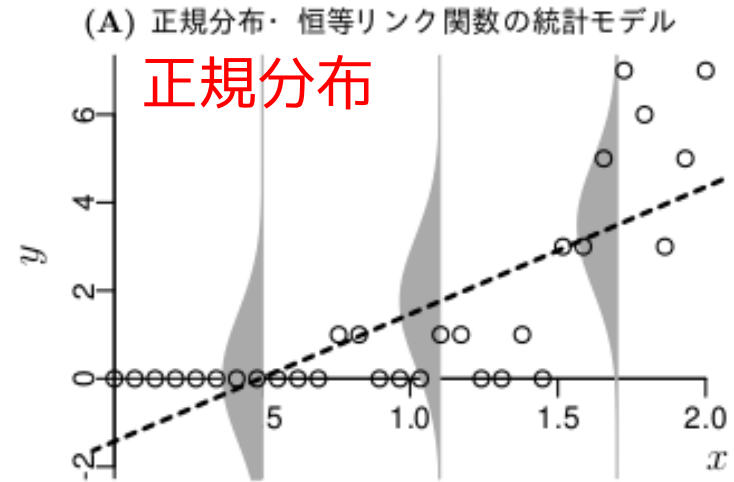


図 3.9 回帰モデルと確率分布の関係. また別の架空データに対して GLM をあてはめた例. 破線は x とともに変化する平均値. グレイで

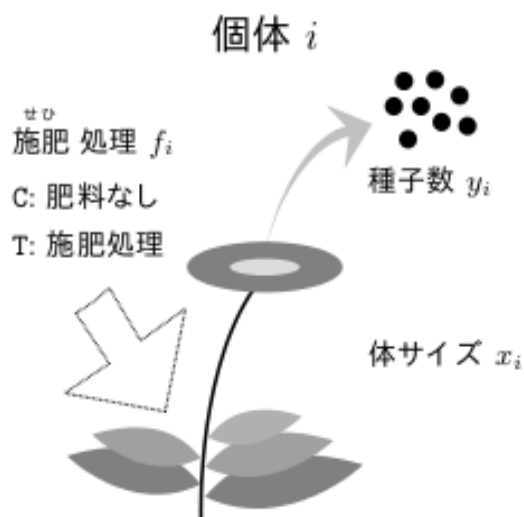


図 3.1 この例題に登場する架空植物の第 i 番目の個体
体サイズ(個体の大きさ) x_i と肥料をやる施肥処理、
にどう影響しているのかを知りたい。

結果を格納するオブジェクト

```
fit <- glm(
  y ~ x,
  family = poisson(link = "log"),
  data = d
)
```

関数名
確率分布の指定
モデル式
リンク関数の指定 (省略可)
) data.frame の指定

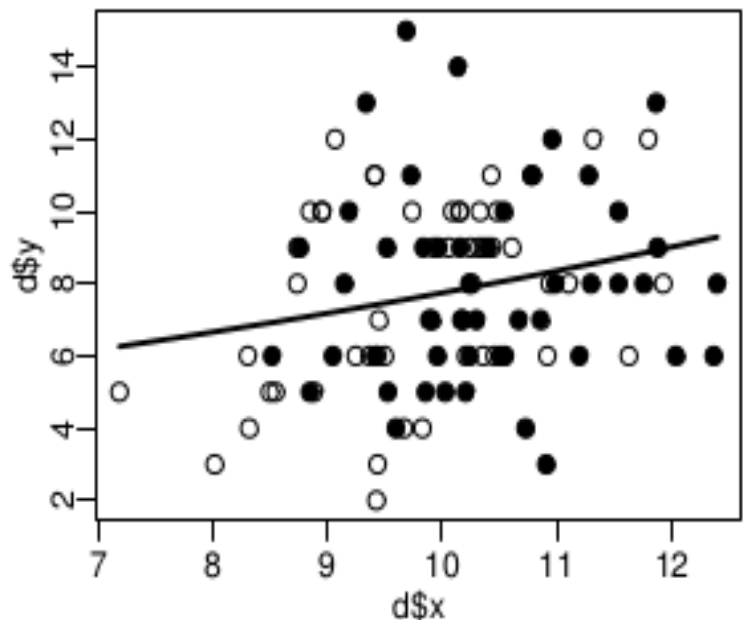


図 17 平均種子数 λ の予測. 図 12 に λ の予測値 (実線) を上げきしたものの。

統計モデリング入門 2017 (d)

model selection and statistical test
モデル選択と検定

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

京大霊長研の講義 <https://goo.gl/z9yCJY>

2017-11-14

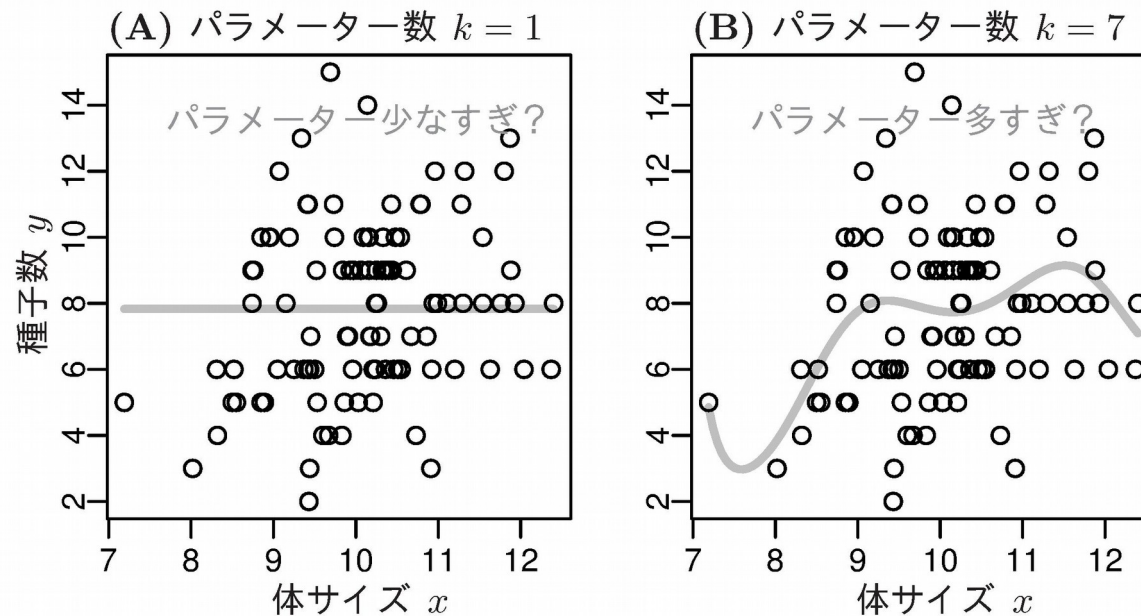
ファイル更新時刻: 2017-11-11 16:02

statistical model selection

Q. モデル選択とは何か？

もくじ

パラメーター数は多くても少なくてもヘン？



What is the “best?” parameter number k ?

model selection for better predictions

A. より良い予測をする統計モデルを探すこと

統計学的な検定 統計学的な検定 そして、その非対称性
But their procedures are similar
しかしモデル選択と検定の手順は途中まで同じ

統計モデルの検定

AICによるモデル選択

←こっちだ!

検定はモデル選択じゃない!

解析対象のデータを確定



データを説明できるような統計モデルを設計

(帰無仮説・対立仮説)

(単純モデル・複雑モデル)



ネストした統計モデルたちのパラメーターの さいゆう 最尤推定計算



帰無仮説棄却の危険率を評価 **モデル選択規準 AIC の評価**

統計学って「検定」のこと?

「検定」って何なの?

fallacy of statistical significance?

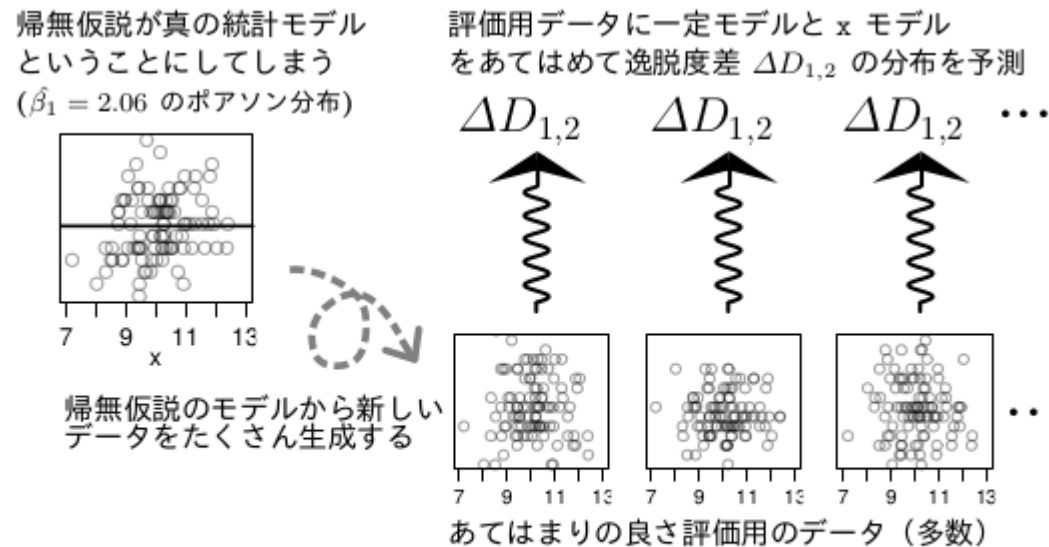


図 6 尤度比検定に必要な $\Delta D_{1,2}$ の分布の生成。まず帰無仮説である一定モデル ($\hat{\beta}_1 = 2.06$, p. 参照) が真の統計モデルだと仮定し、そこから得られるデータを使って逸脱度差 $\Delta D_{1,2}$ がどのような分布になるかを調べる。

統計モデリング入門 2017 (e)

GLM logistic regression
一般化線形モデル: ロジスティック回帰

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

京大霊長研の講義 <https://goo.gl/z9yCJY>

2017-11-14

ファイル更新時刻: 2017-11-11 16:02

measurement / measurement?... sounds bad! 生物学のデータ解析は「割算」しまくり!!

この悪しき「割算」な統計学

世間でよくみかけるおススメできない作法の例

1. データどんどん割算・割算
2. 何でもいからひたすらセンをひく
3. ゆーいがでたら万歳・万歳
4. うまくいくまで 1, 2, 3 ぐるぐる



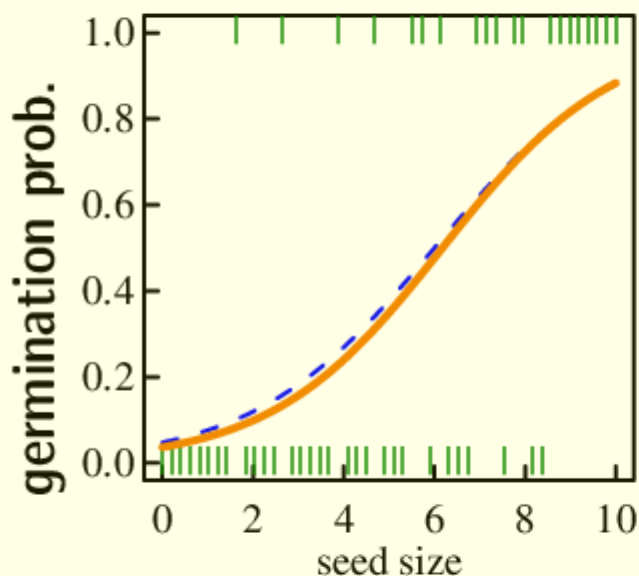
ちなみにこれは w と $0/w$ を比較してるんだから、反比例みたいな偽「負の相関」ができるのはあたりまえ

Use logistic regressions!

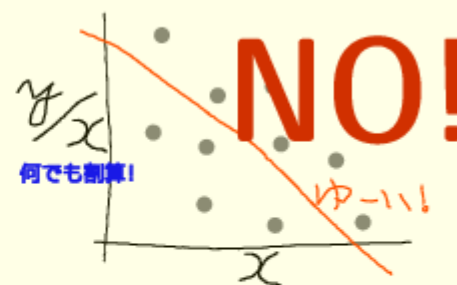
GLM のひとつ, ロジスティック回帰を使おう

データにあわせたより良い統計モデリングを!

おススメできないデータ解析を回避するための注意点



- むやみに 区画わけしない!
- 何でも 割り算するな!
- たくさん 図を描く
- 「観測データを説明する 確率分布は何か?」を考える



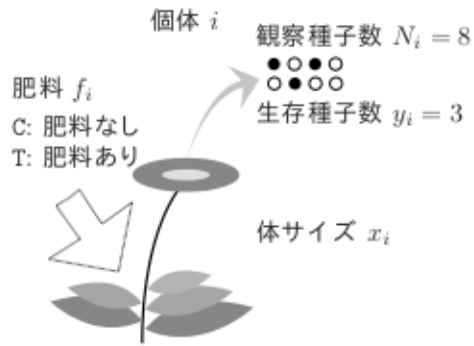
コツ: 不自然にデータをこねくりまわさない
データの性質・構造にあったモデリングを!

GLM のひとつ, ロジスティック回帰を使おう

データと確率分布の対応 どういう関係なのか表示してながめる

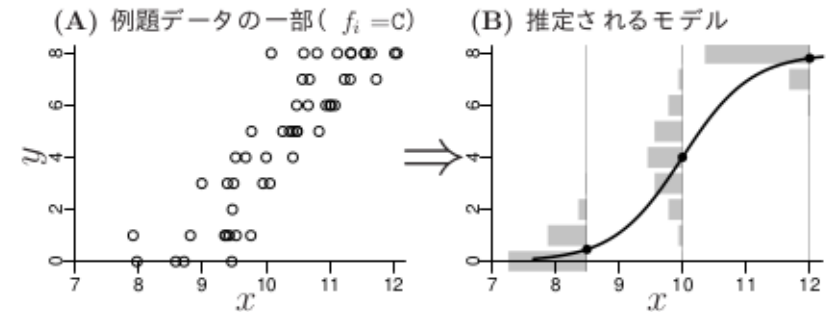
またいつもの例題? …… ちょっとちがう

8 個の種子のうち y 個が **発芽可能** だった! …… というデータ



データと確率分布の対応 どういう関係なのか表示してながめる

ロジスティック回帰とは何なのか?



kubostat2013a (<http://goo.gl/82dgC>) 統計モデリング入門 2013 (5) 2013-07-17 4 / 16

kubostat2013a (<http://goo.gl/82dgC>) 統計モデリング入門 2013 (5) 2013-07-17 9 / 16

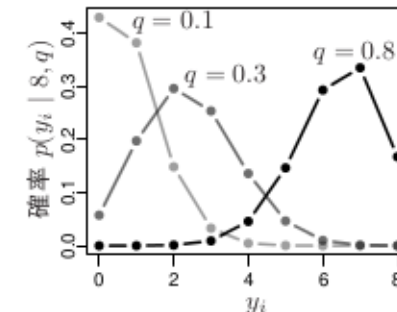
データと確率分布の対応 どういう関係なのか表示してながめる

二項分布: N 回のうち y 回, となる確率

a statistical model

for fractions

using binomial distributions



統計モデリング入門 2017 (f)

Generalized Linear Mixed Model (GLMM)
一般化線形混合モデル

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

京大霊長研の講義 <https://goo.gl/z9yCJY>

2017-11-14

ファイル更新時刻: 2017-11-11 16:02

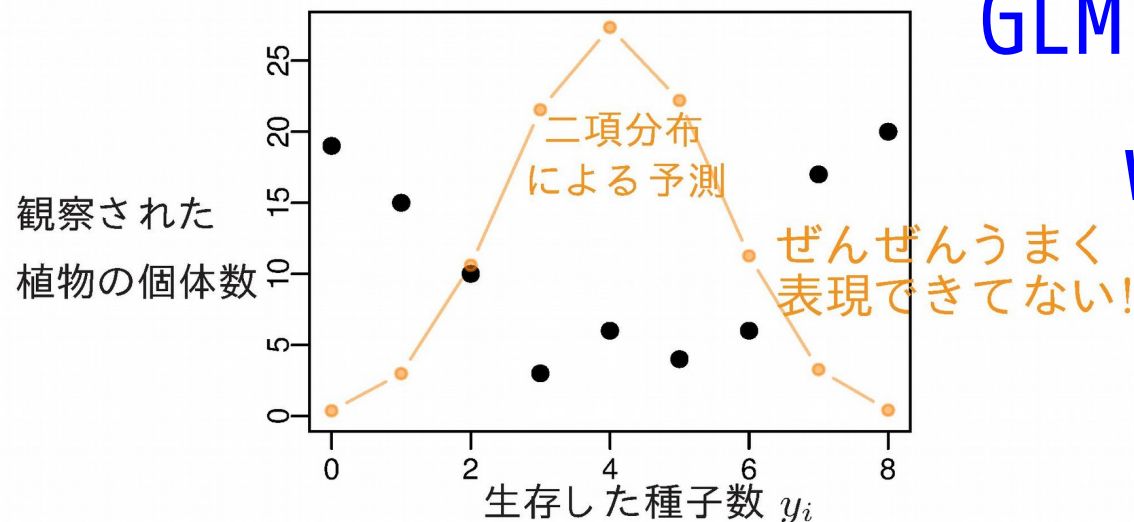
GLM ではうまく説明できないデータ!?

GLMM は階層ベイズモデルの一種

事前分布をどう選ぶかが重要

また別の観測データ：二項分布だめだめ?!

100 個体の植物の合計 800 種子中 **403 個** の生存が見られたので、平均生存確率は 0.50 と推定されたが……



GLM does NOT work?!

さっきの例題と同じようなデータなのに?

(「統計モデリング入門」第 10 章の最初の例題)

第 6 回と同じような例題を、こんどはベイズモデルを使ってモデリングします

A solution: Hierarchical Bayesian GLM

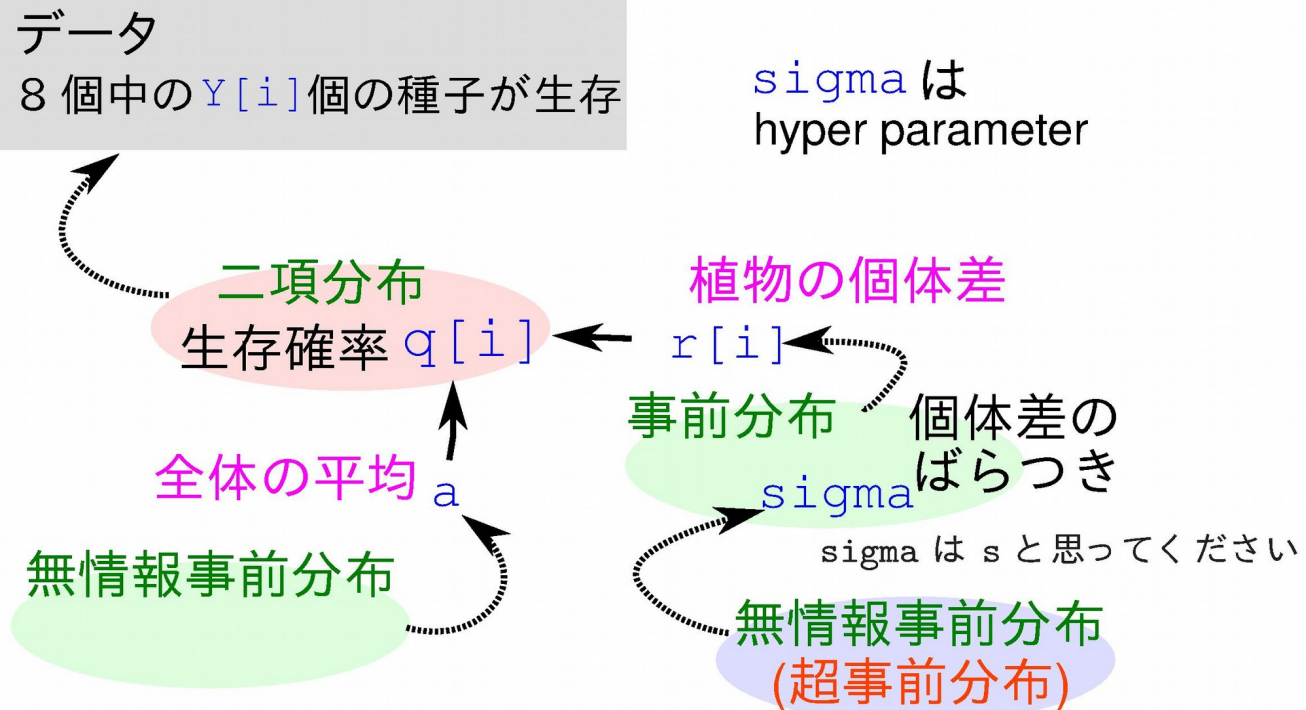
GLM を階層ベイズモデル化して対処

GLMM は階層ベイズモデルの一種

事前分布をどう選ぶかが重要

なぜ「階層」ベイズモデルと呼ばれるのか？

超事前分布 → 事前分布という階層があるから



矢印は手順ではなく、依存関係をあらわしている

なぜ階層ベイズモデルまで勉強するの？

●生態学！

- ✓ 個体差・エリア差・空間相関・時間相関・種差などめんどろなことをあつかわないといけない

The Evolution of Linear Models

Hierarchical Bayesian Model (HBM)

Parameter Estimation
MCMC

Generalized Linear Mixed Model (GLMM)

MLE

Generalized Linear Model (GLM)

MSE

Linear Model

What for hierarchical Bayesian modeling? --- to detect interesting effects embedded in noisy & dirty data in the field of Ecology!

統計モデリング入門 2017 (g)

階層ベイズモデル Hierarchical Bayesian Model

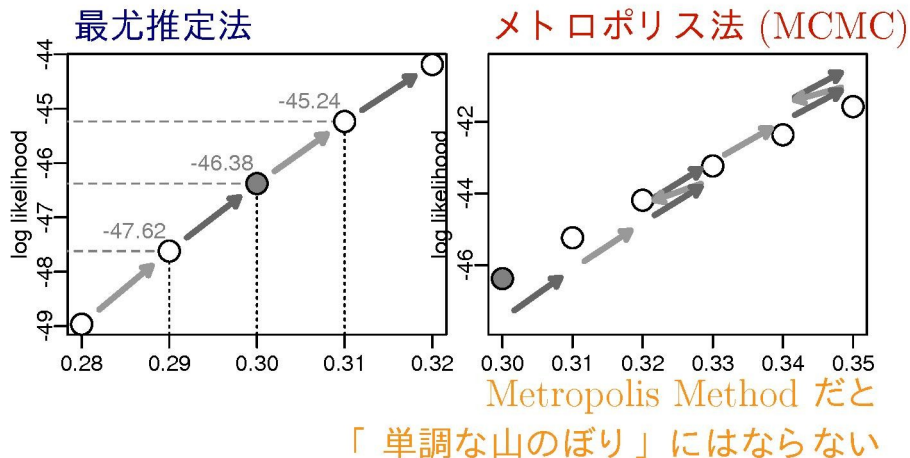
久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

京大壺長研の講義 <https://goo.gl/z9yCJY>

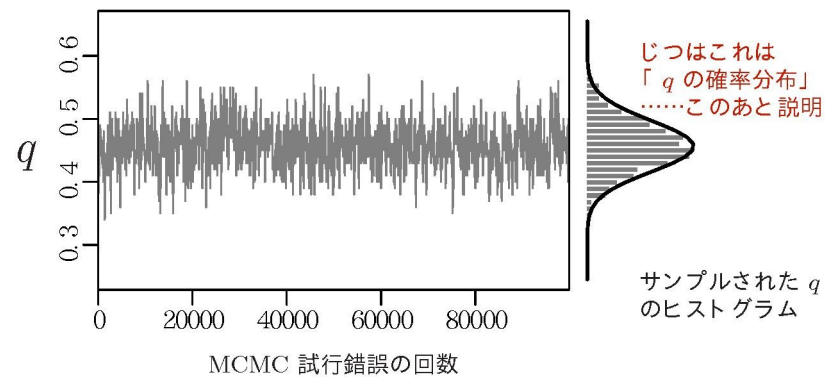
2017-11-14

ファイル更新時刻: 2017-11-11 16:02

Metropolis Method のルールで q を動かす

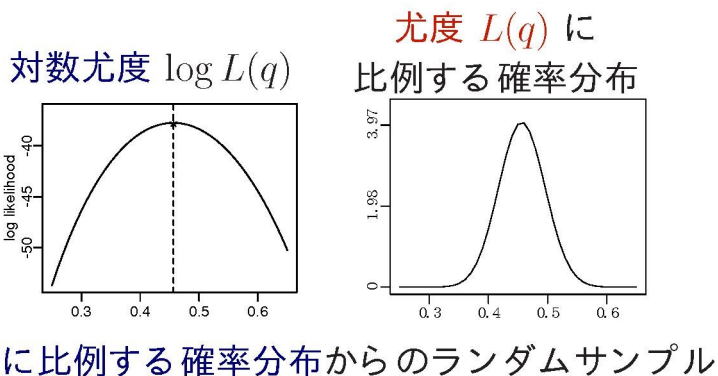


もっともっと長くサンプリングしてみる



なんだか、ある「山」のかたちにとまとまったぞ?

MCMC は何をサンプリングしている?



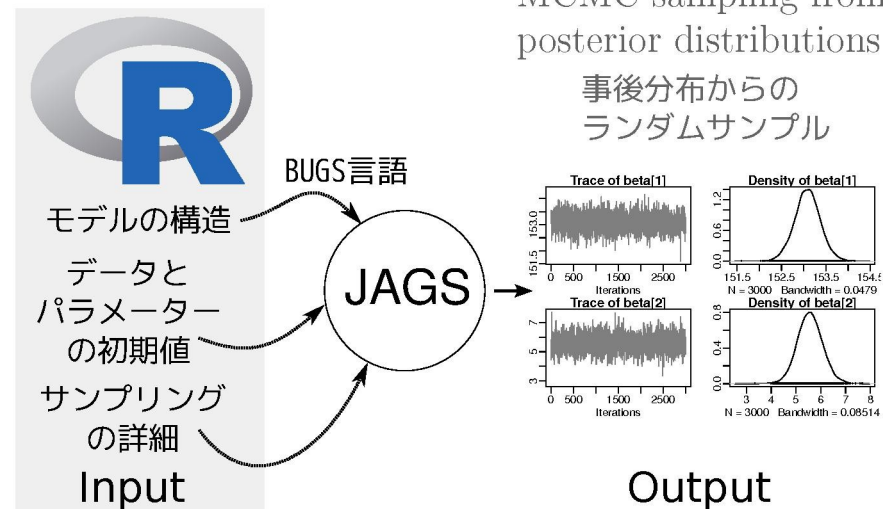
尤度に比例する確率分布からのランダムサンプル

最尤推定はパラメータの値の点推定

MCMC は “パラメータの事後分布” (←推定したいこと)

はこういう分布ですよと推定している

JAGS を R の “したうけ” として使う



Applications of Hierarchical Bayesian Model

– nested data and “paired data” –

統計モデリング入門 2017 (h)

階層ベイズモデルの応用と “対応” のあるデータ解析

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

2017-11-15

1. 複数ランダム効果の階層ベイズモデル

個体差 + 植木鉢差 など

individual effects
+
pot effects ... etc

response variable

応答変数

seed number

種子数 $\{y_i\}$

explanatory variable

説明変数

fertilization

施肥処理 $\{f_i\}$

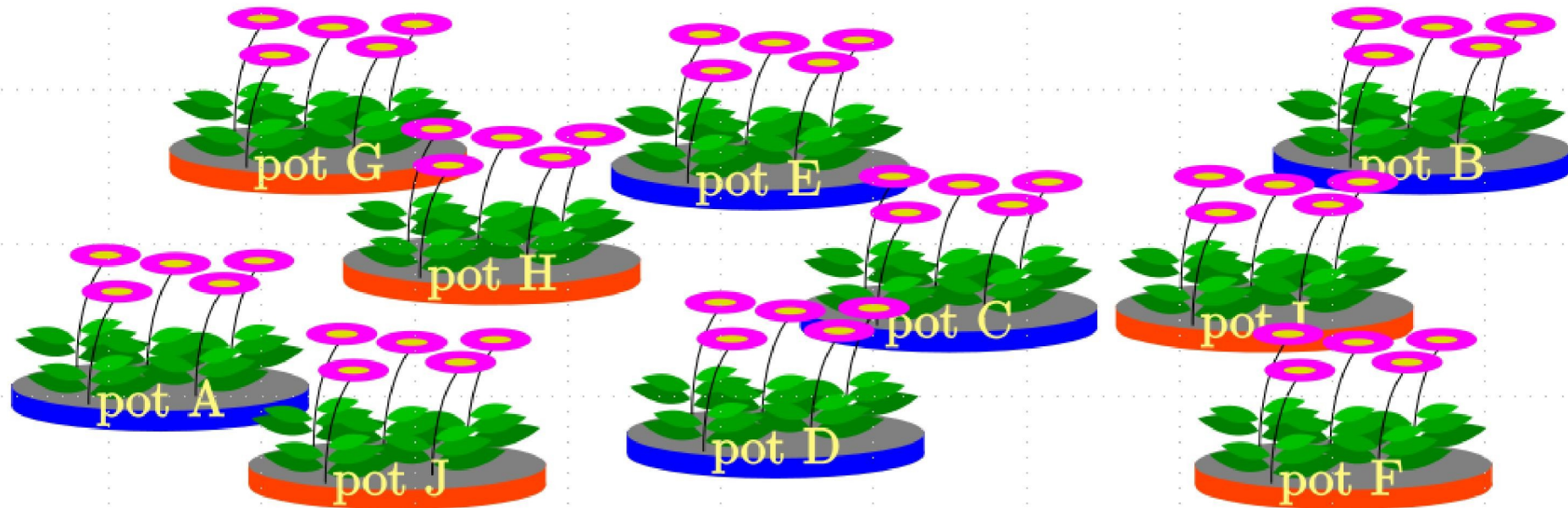
せひ
施肥処理 f_i

C: 肥料なし

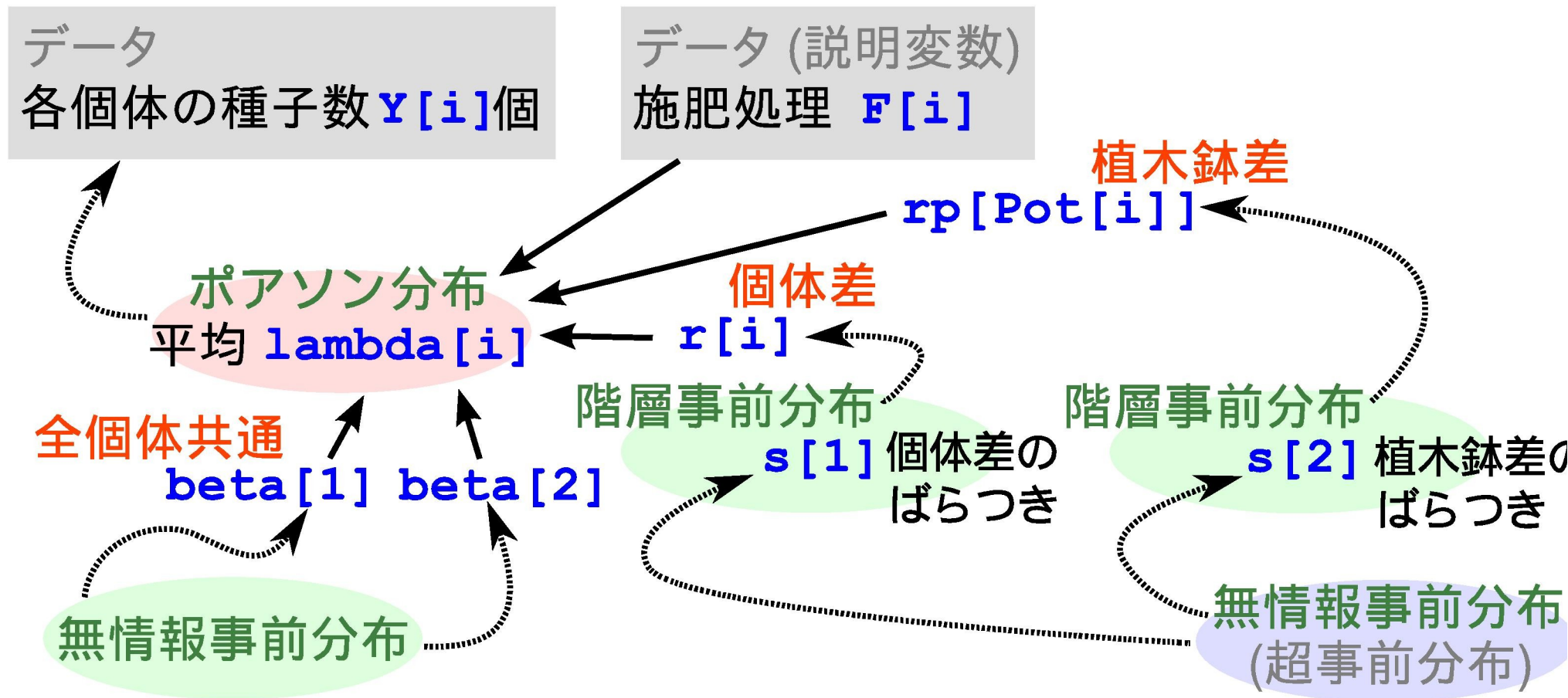
T: 施肥処理

種子数

個体 i



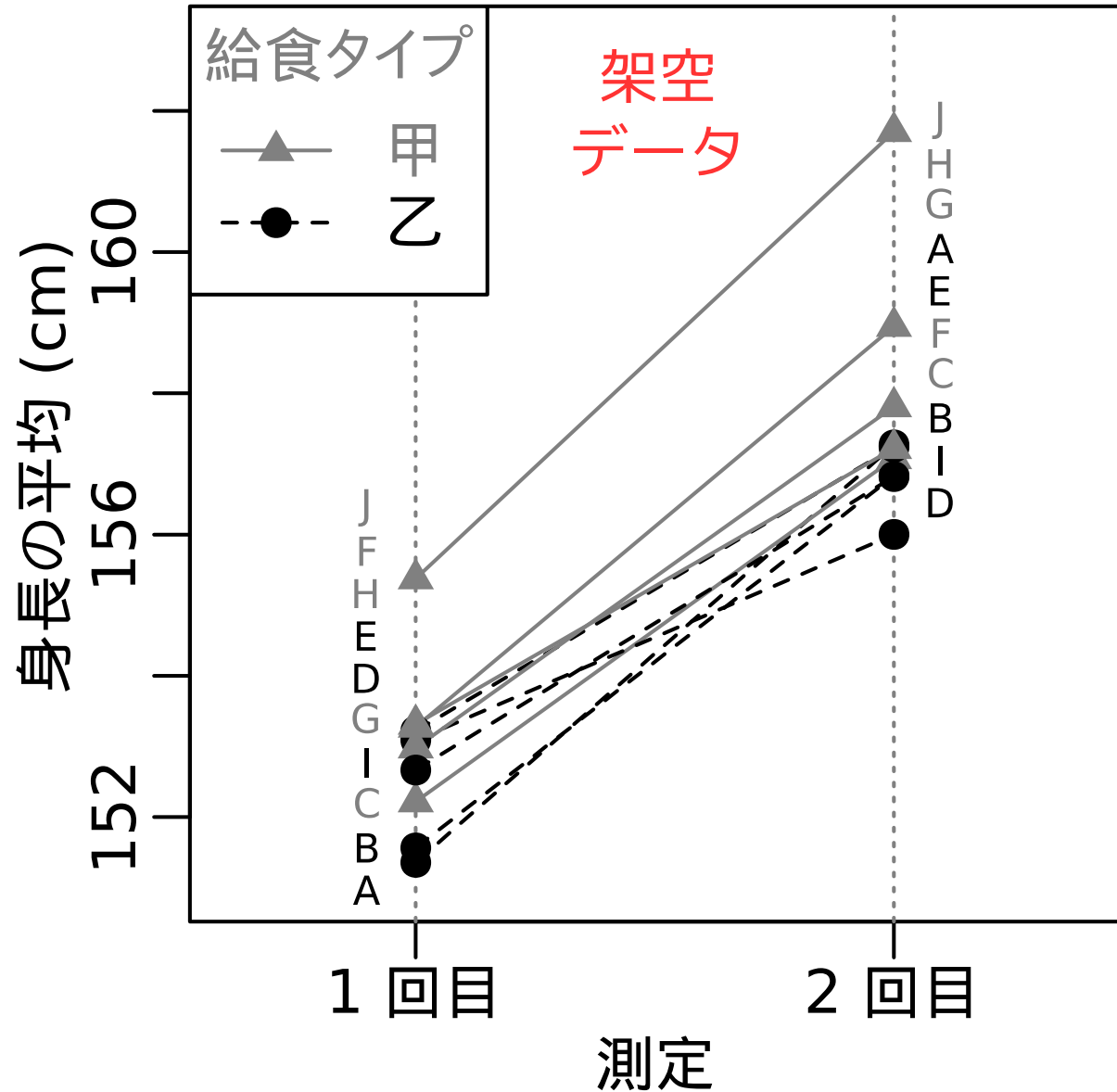
植木鉢問題の階層ベイズモデルの図示



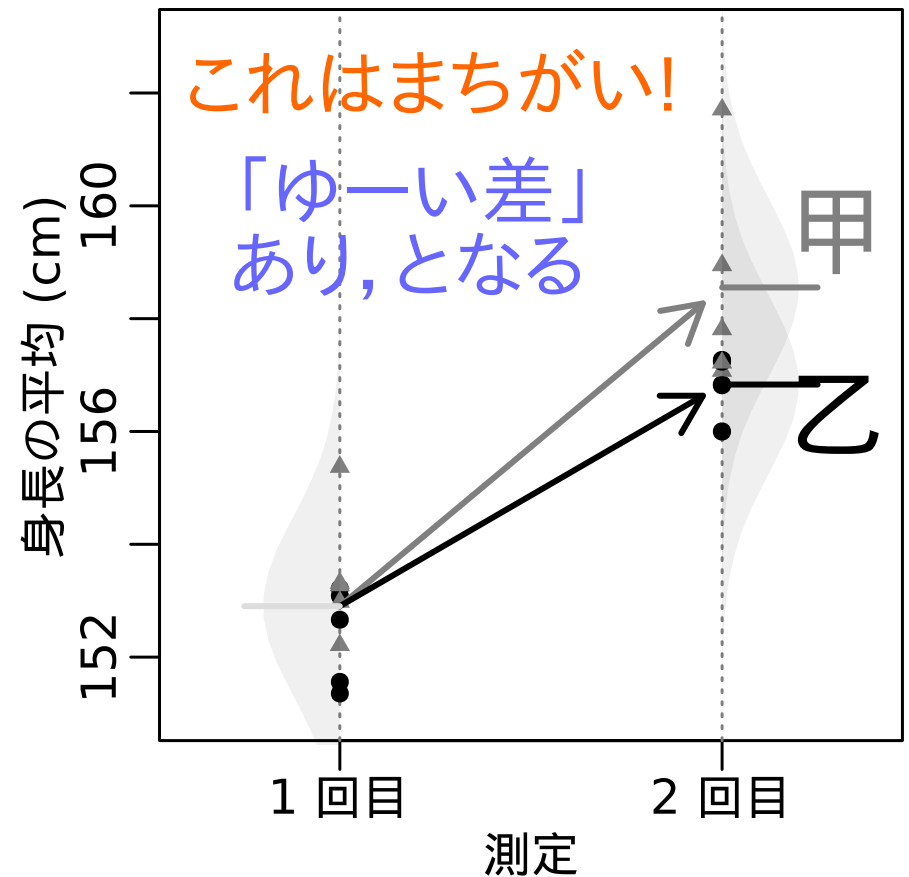
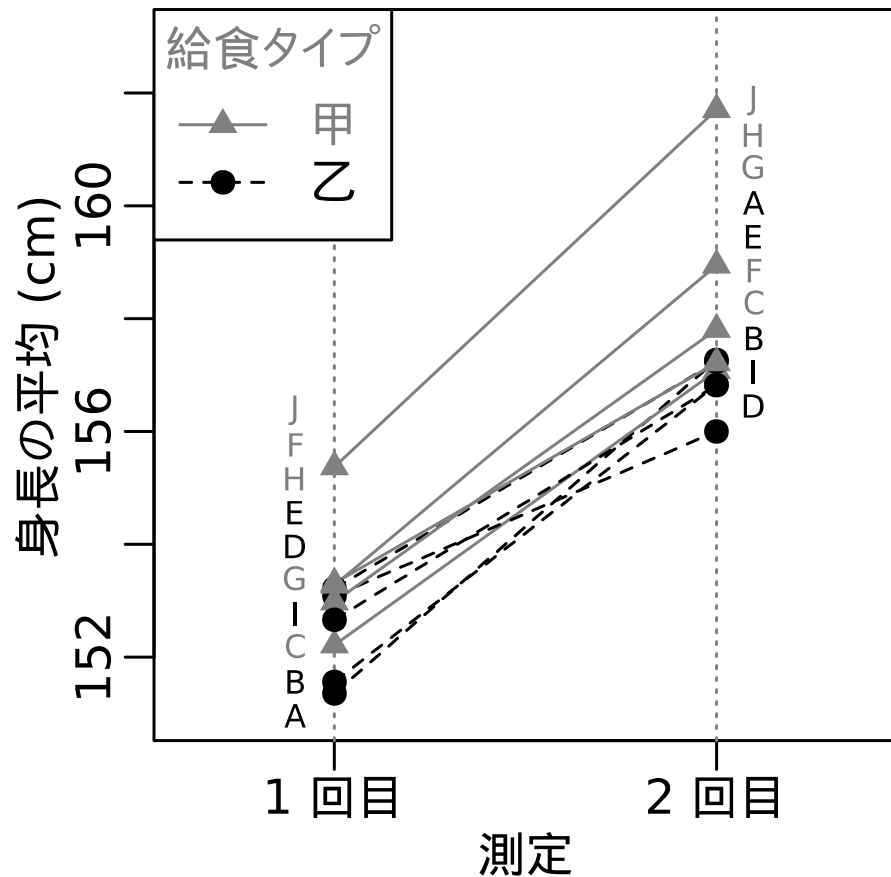
再測定もまた時系列データ



岩波データサイエンス vol.1



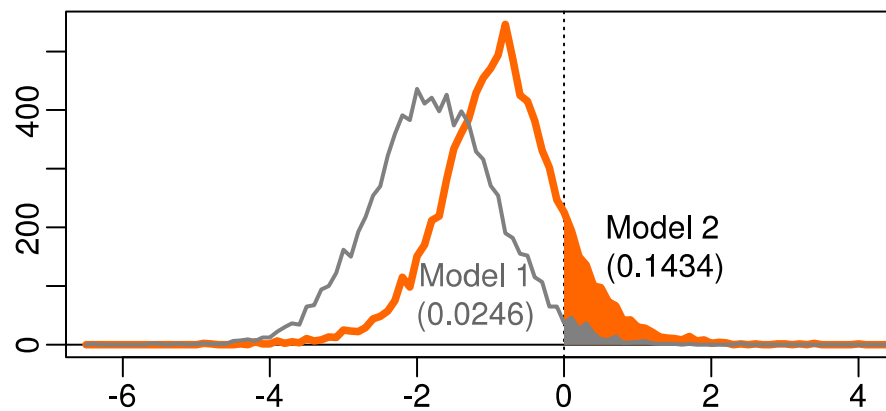
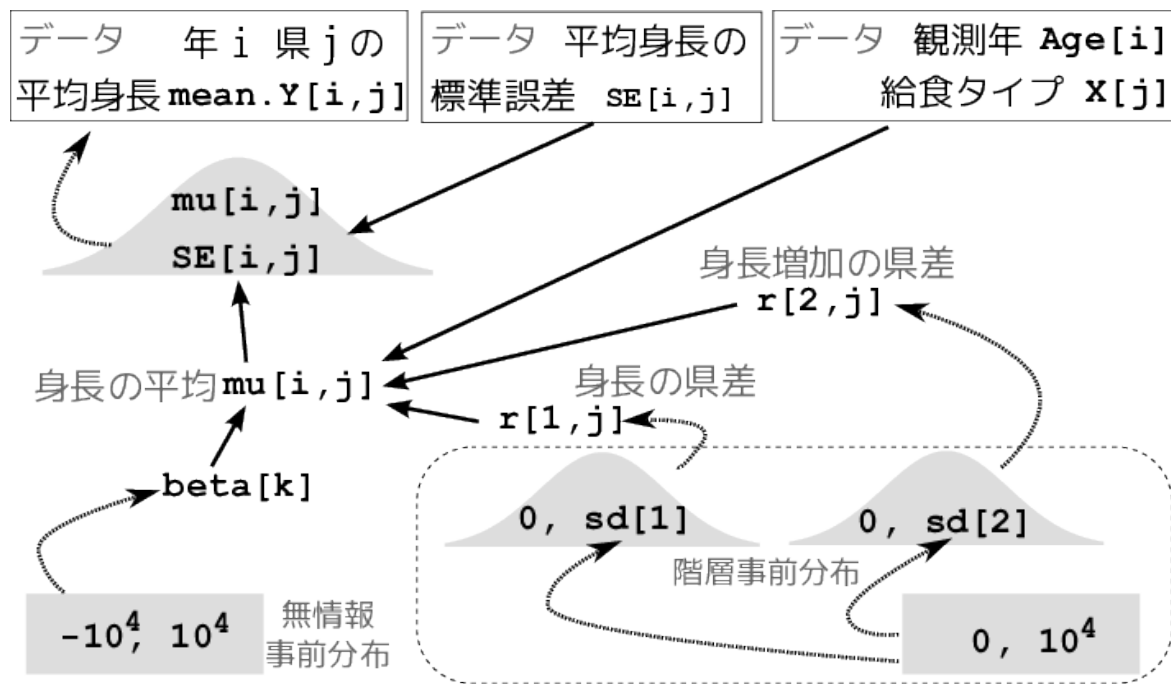
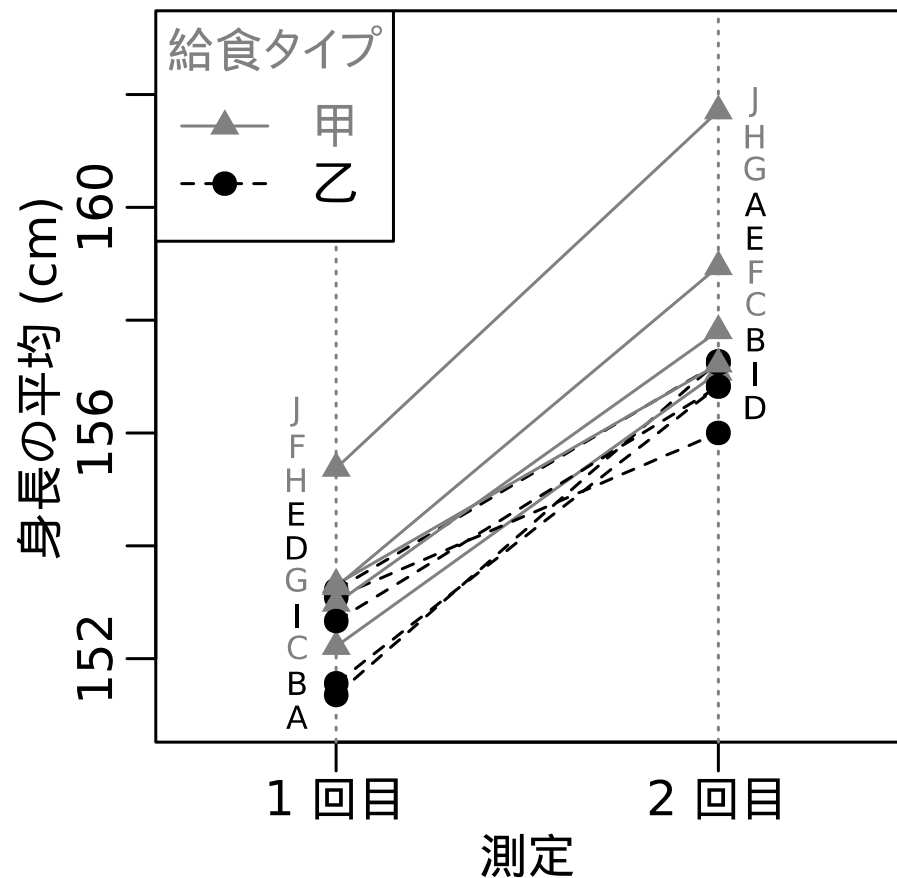
対応 (paired) を考えてない GLM あてはめ



$\text{glm}(\text{身長} \sim (\text{測定2回目}) + (\text{測定2回目}):(\text{処理の効果}))$

同じ対象を二回測定していることを考慮してない

対応 (paired) を考慮し、 さらに県の差もあるモデル



給食効果なし 44/58

統計モデリング入門 2017 (i)

あぶない時系列データ解析

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

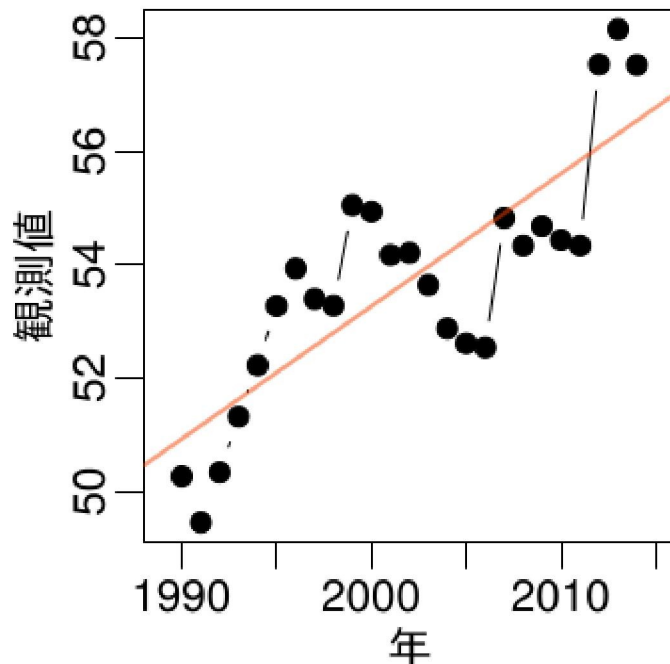
京大霊長研の講義 <https://goo.gl/z9yCJY>

2017-11-15

ファイル更新時刻: 2017-11-11 17:56

(危1) 時系列データを GLM で

Do NOT apply GLM to time-series data!



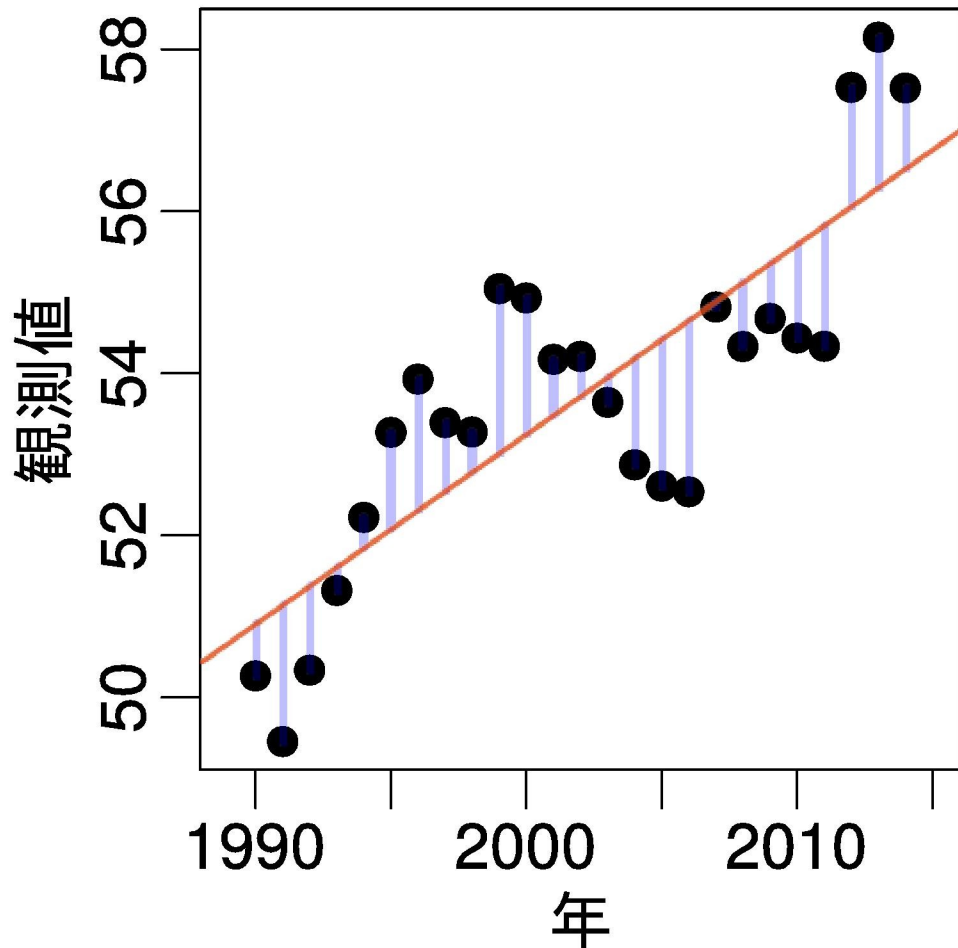
「ゆるい傾き」を
ねっぞうする原因

傾きの検定やめて
AIC モデル選択
しても同様になる

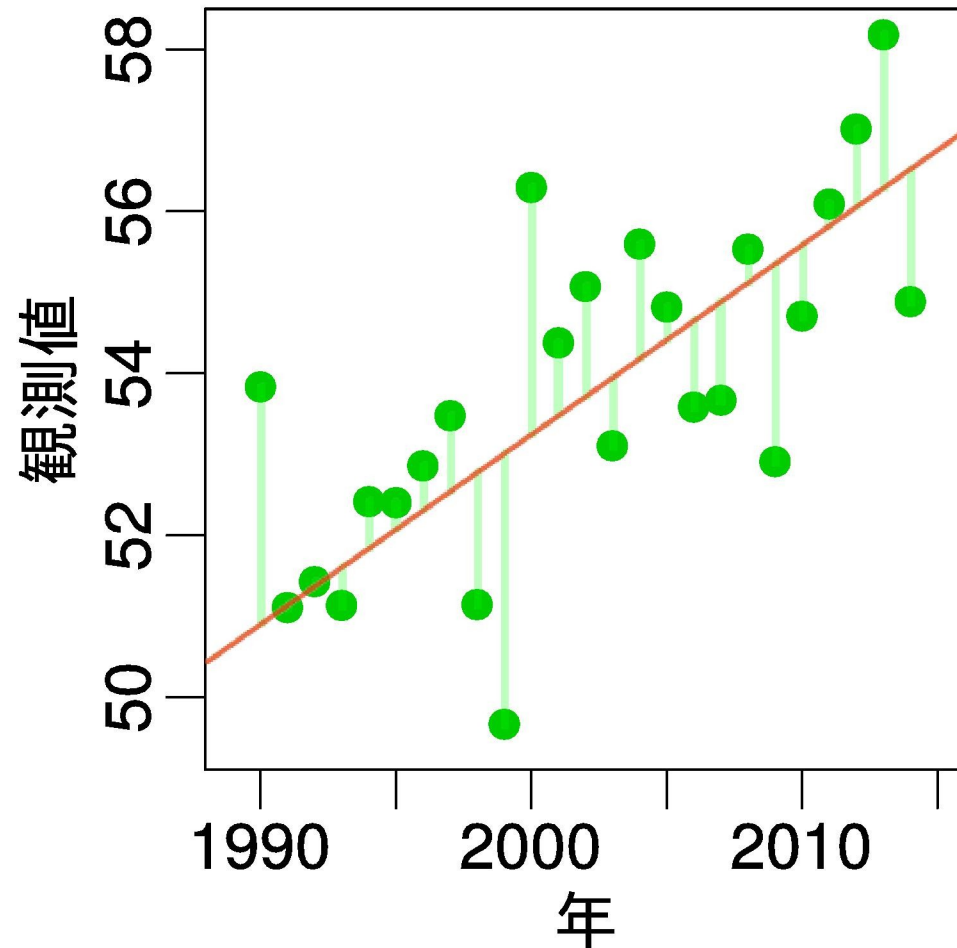
検定とかモデル選択とかそういう問題ではない

統計モデルがおかしい?

時系列の「ずれ」



GLM のずれ



直線からのずれがちがう!

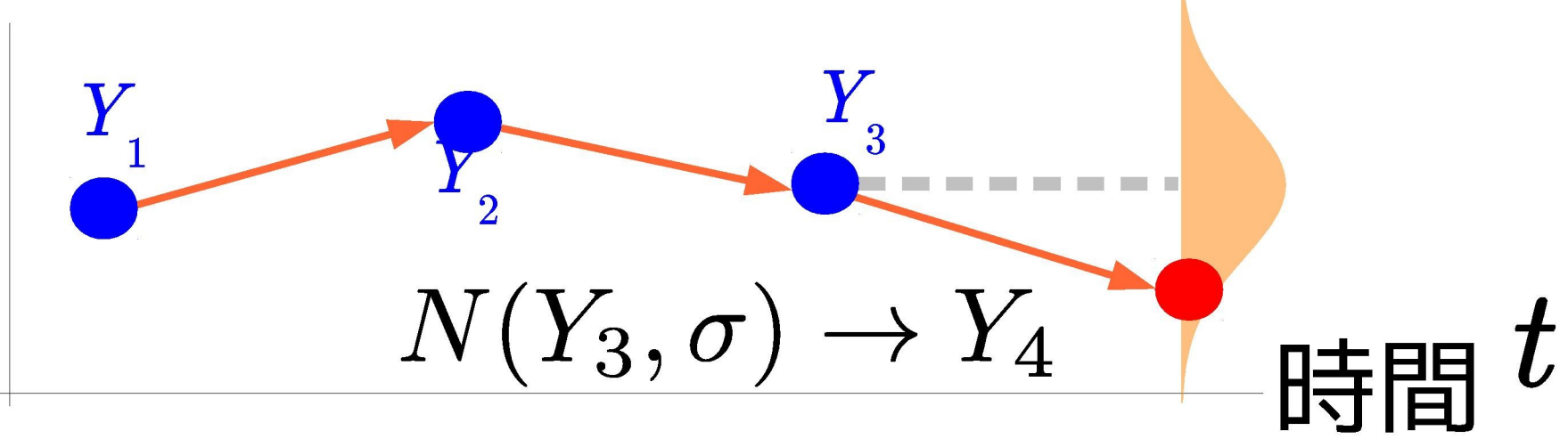
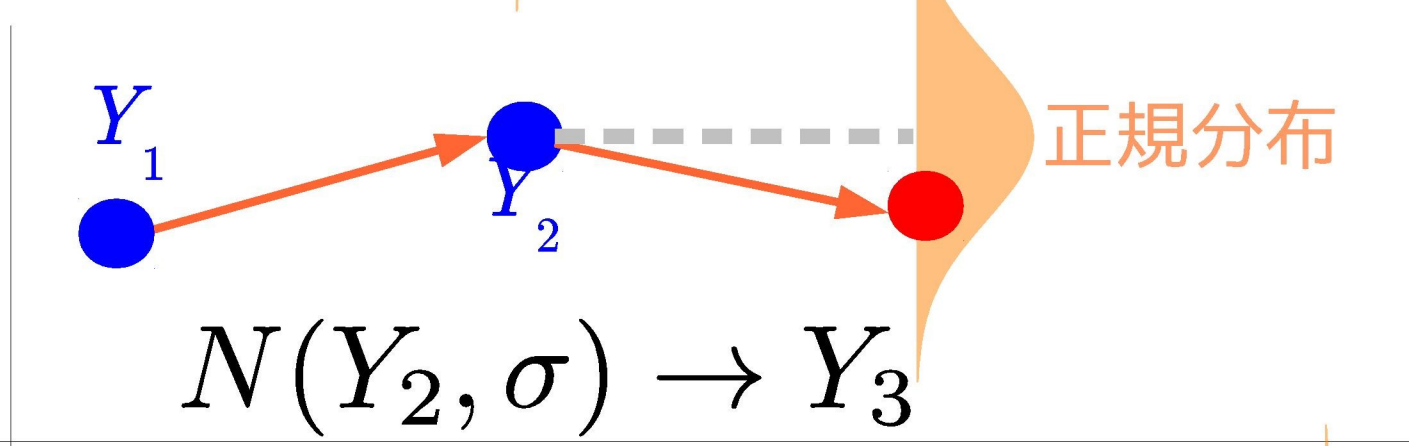
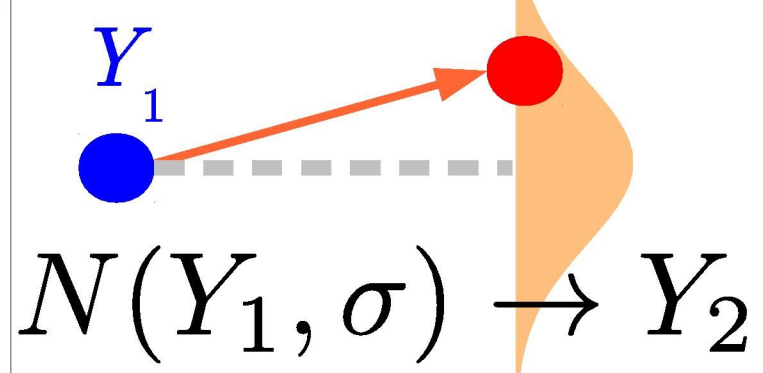
時間的自己相関がある

時間的自己相関がない

変数
 Y

Random walk model

ランダムウォーク
もっとも単純な
モデル



状態空間モデル

二種類の σ をもつ

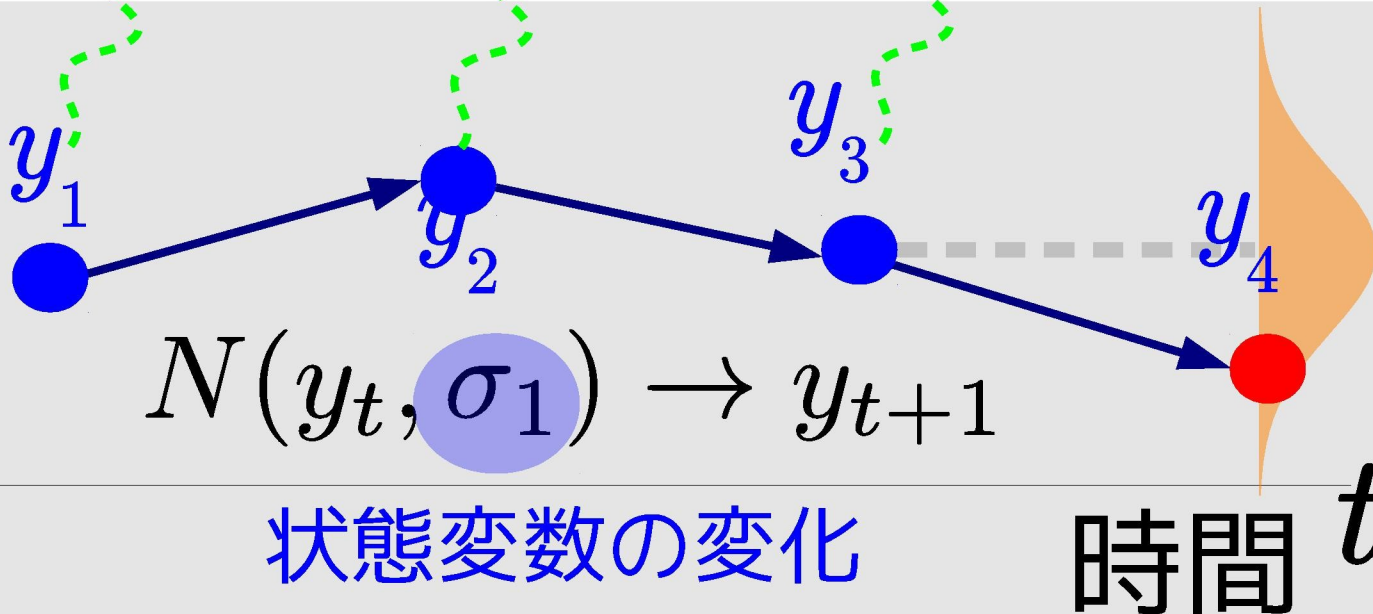
観測の誤差

$$N(y_t, \sigma_2) \rightarrow Y_t$$

観測データ Y_1

Y_2

Y_3



$$N(y_t, \sigma_1) \rightarrow y_{t+1}$$

状態変数の変化

時間 t

観測できない世界 (状態空間)

統計モデリング入門 2017 (j)

分割の統計モデル Categorical Data Analysis

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

北大環境科学院の講義 <http://goo.gl/76c4i>

2017-11-15

ファイル更新時刻: 2017-11-08 17:11

xtabs: 分割表をあつかう R のクラス

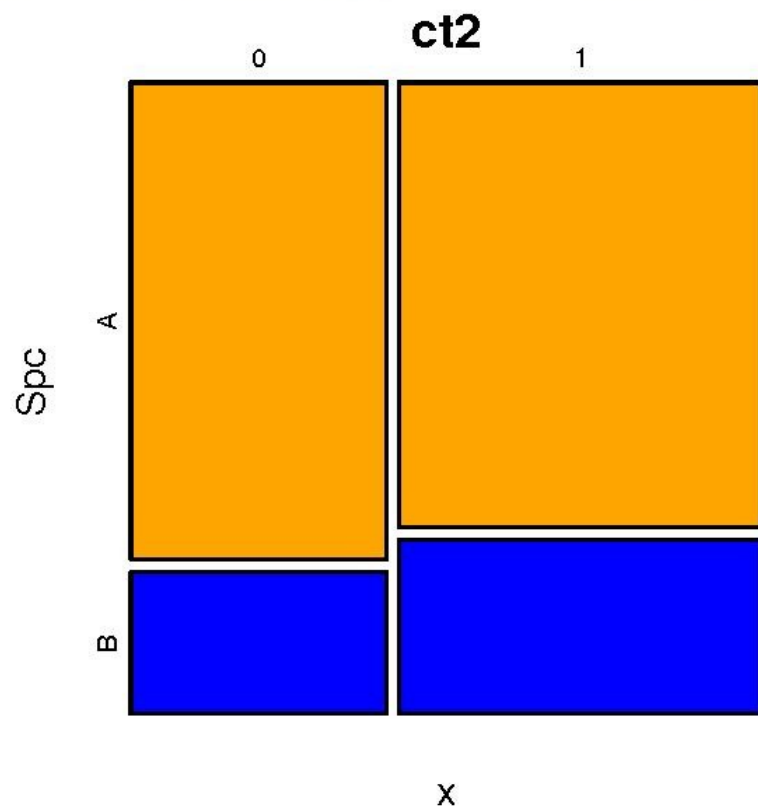
```
      y x Spc
1 286 0  A
2  85 0  B
4 378 1  A
5 148 1  B
```

```
> (ct2 <- xtabs(y ~ x + Spc, data = d2))
```

```
      Spc
x      A  B
0 286  85
1 378 148
```

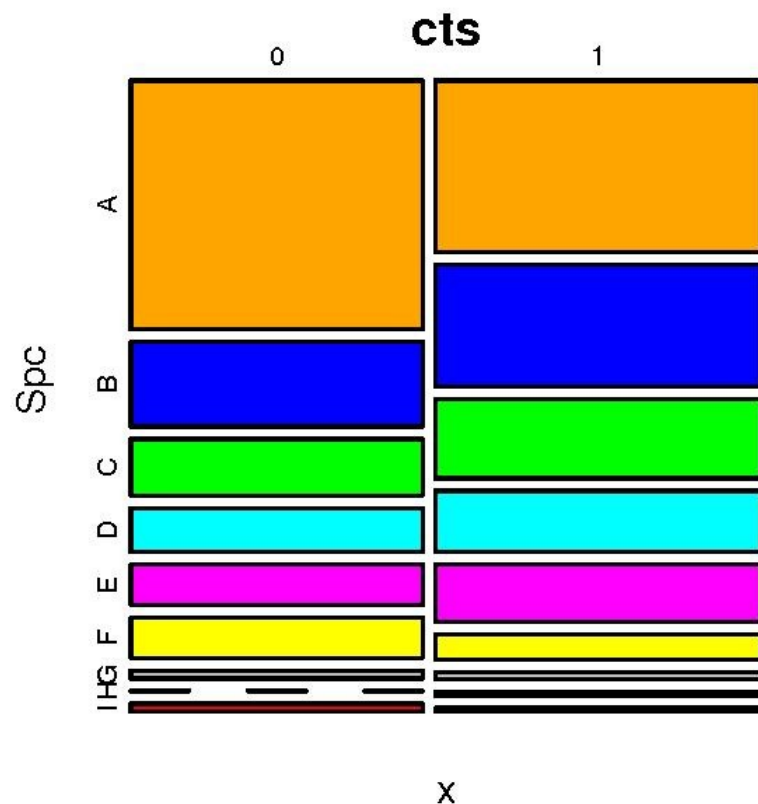
xtabs: 分割表の図示

```
      Spc
x      A   B
0  286  85
1  378 148
> plot(ct2, col = c("orange", "blue"))
```

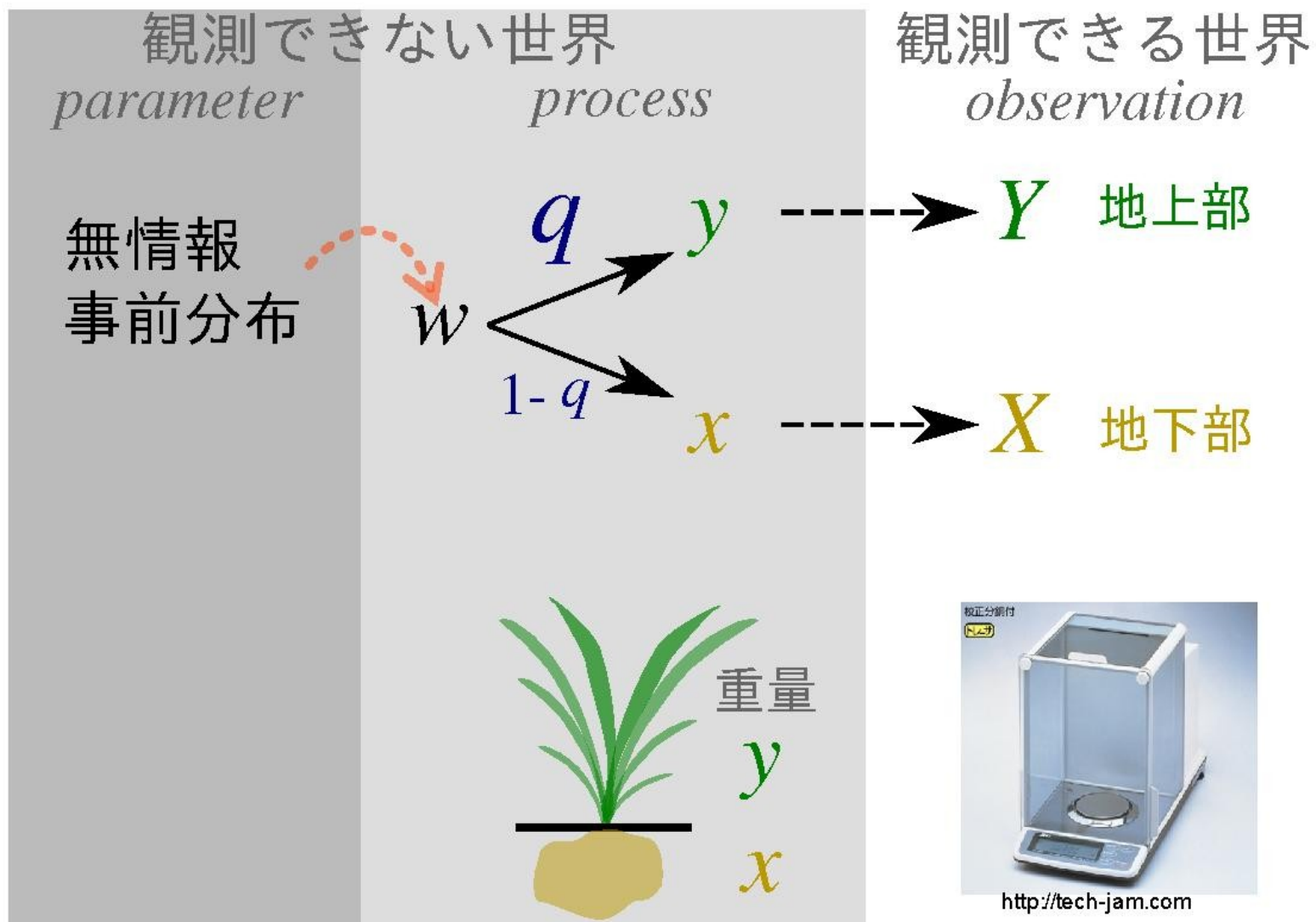


xtabs: 分割表の図示

```
Spc
x   A  B  C  D  E  F  G  H  I
0  62 21 14 11 10 10  2  0  2
1  48 34 22 17 16  7  2  1  1
> plot(ct9, col = c(ごちゃごちゃと指定))
```



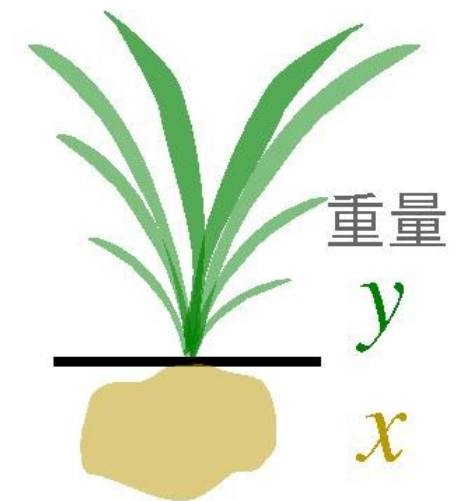
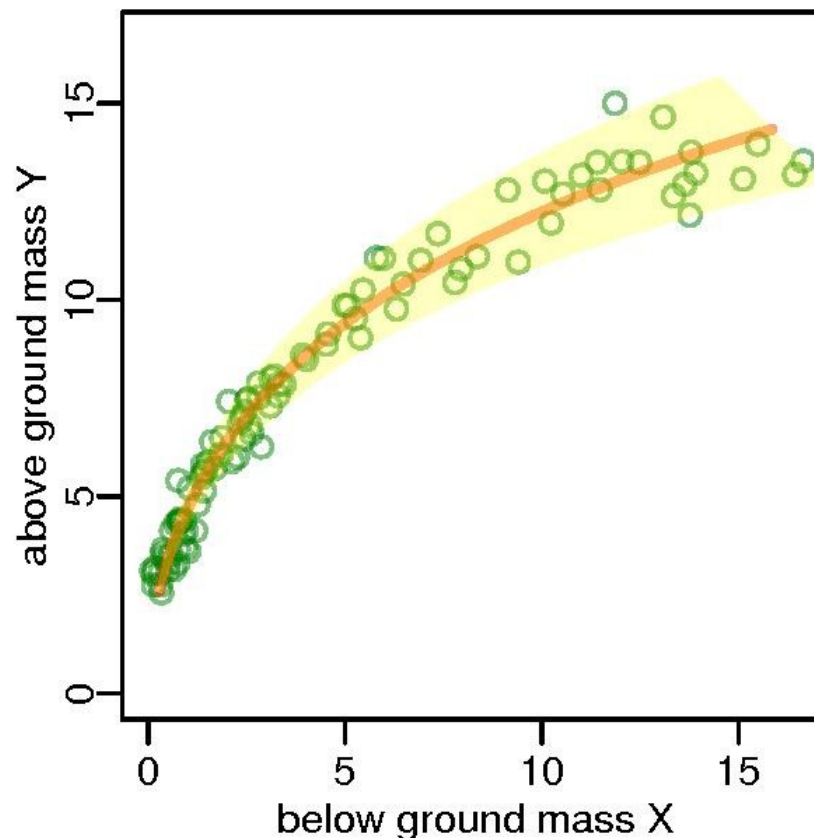
重量分割モデル (階層ベイズモデル): そのプロセス



例題 1

「アロメトリーな回帰」はヤメて
重量分割モデルを作ってみよう

このモデルで複雑な重量分配を表現できる



- オレンジ色の線は中央値 (median)
- 黄色の領域は個体差による予測のばらつき (95% CI)

A long trailer, done

any questions?

11/15（明日）午後は
「統計モデリングの個別相談」
を実施します（先着順）

<https://goo.gl/z9yCJY> の下のほう