統計モデリング入門 2016 (a)

An Introduction to Statistical Modeling

観測されたパターンを説明する統計モデル

久保拓弥（北海道大・環境科学）
kubo@ees.hokudai.ac.jp

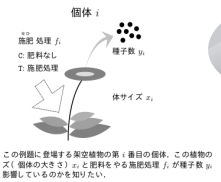


図 3.1 この例題に登場する架空植物の第 i 番目の個体．この植物の体サイズ（個体の大きさ）x_i と肥料をやる施肥処理 f_i が種子数 y_i にどう影響しているのかを知りたい．

The main language of this class is Japanese … Sorry

- Why in Japanese? … because even in Japanese, statistics is difficult for Japanese students to understand.
- I will compensate for language disadvantages in foreign students when I give grades.
- Questions in English are always welcomed!

統計モデリング授業の web page

http://goo.gl/76c4i

植物生態学特論 I (Advanced Course of Plant Ecology I)

生態学の統計モデリング 7 月 6 日から

Statistical Modeling for Ecology, commence on July 6

13:00 – 14:30, Monday and Wednesday

担当: 久保拓弥 (KUBO Takuya) kubo@ees.hokudai.ac.jp

- 授業メーリングリスト (Course Mailing List)
  - http://goo.gl/f0vCn8 で早めに登録してください．登録のユーザーインターフェイスは日本語に変更できます．授業の資料ダウンロードの連絡などします．
  - subscribe at http://goo.gl/f0vCn8 immediately, or you can not download course handouts.
- 授業 Web Site: http://goo.gl/76c4i

統計モデリング授業 Mailing List

http://goo.gl/f0vCn8

植物生態学特論 I (Advanced Course of Plant Ecology I)

生態学の統計モデリング 7 月 6 日から

Statistical Modeling for Ecology, commence on July 6

13:00 – 14:30, Monday and Wednesday

担当: 久保拓弥 (KUBO Takuya) kubo@ees.hokudai.ac.jp

- 授業メーリングリスト (Course Mailing List)
  - http://goo.gl/f0vCn8 で早めに登録してください．登録のユーザーインターフェイスは日本語に変更できます．授業の資料ダウンロードの連絡などします．
  - subscribe at http://goo.gl/f0vCn8 immediately, or you can not download course handouts.
- 授業 Web Site: http://goo.gl/76c4i

この統計モデリング授業の Mailing List (ML) kubostat

- ML を使って各回の「課題」を出します
  - 回答もメイルで送信してください
- 成績評価は「課題」の回答
  - 出欠関係なし（欠席の連絡いりません）
- 単位とらない人も ML 登録してください
  - 講義資料のダウンロード案内などあります

Performance Rating

- E-mail assignment (via Mailing List)
  - That's ALL!
- Attendance? NOT care.

What for Statistical Modeling?
なぜデータ解析の方法を勉強しなければならないのか?

All you depend on statistics

whenever you conclude something based on your data

- データ解析がおかしいと結論もおかしい
  - Crazy data analsys → Crazy results
- 統計解析わからんと批判的に読めない
  - A lack of statistical knowledge → no critical reading of papers

データ解析はあまり重視されてなかった

内容がわからなくてもソフトウェアにまるなげ

- ブラックボックス統計解析
  - No “Blackbox” statistics!
- とにかく「ゆーい差」さえ出せばよいという発想になっている
  - Don't blindly believe “Significance” !

この授業のねらい（aim）

できるだけ内容を理解して統計ソフトウェアを使おう!

- Understand how to fit statistical models to your data データにあてはめられる統計モデルを作ろう
- Use the statistical software R to show your data structure

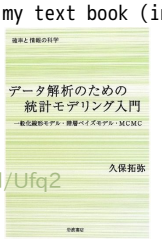
教科書とソフトウェア

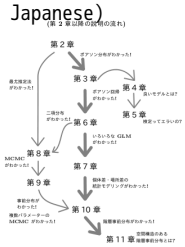
R

この授業は「統計モデリング入門」にそった内容を説明します

my text book (in Japanese)

著者：久保拓弥
出版社：岩波書店
2012-05-18 刊行
価格 3990 円





http://goo.gl/Ufq2

割引販売 3000 円!!

「統計モデリング入門」のもとになった「講義のーと」もあります

授業 web page に「講義のーと」へのリンクがあります! http://goo.gl/82dgC

統計ソフトウェア R

R

統計学の勉強には良い統計ソフトウェアが必要!

- 無料で入手できる
- 内容が完全に公開されている
- 多くの研究者が使っている
- 作図機能が強力

この教科書でも R を使って問題を解決する方法を説明しています

統計モデルとは何か?

「統計モデル」とは何か?

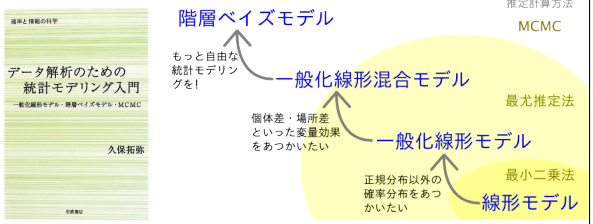
どんな統計解析においても
統計モデルが使用されている

- 観察によってデータ化された現象を説明するために作られる
- 確率分布が基本的な部品であり，これはデータにみられるばらつきを表現する手段である
- データとモデルを対応づける手つづきが準備されていて，モデルがデータにどれぐらい良くあてはまっているかを定量的に評価できる

「統計モデリング入門」の主張

「何でも正規分布」じゃないだろ!

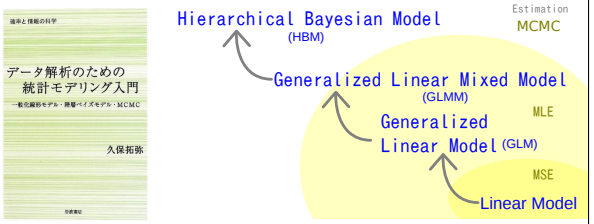
線形モデルの発展



「統計モデリング入門」の主張

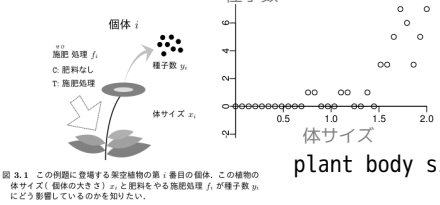
right probability distribution
for right statistical modeling

The Evolution of Linear Models



たとえばこんなデータがあったしましょう

An example
(次の時間の例題)

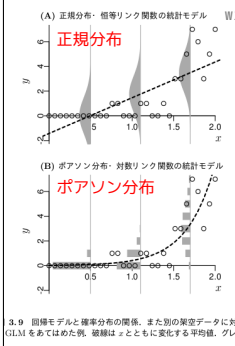


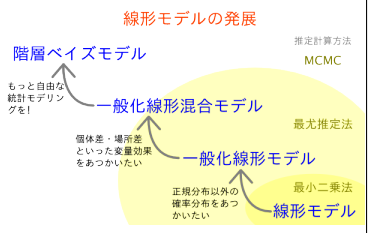
number of seeds
種子数

図 3.1 この例題に登場する架空植物の第 i 番目の個体．この植物の体サイズ（個体の大きさ）x_i と肥料をやる施肥処理 f_i が種子数 y_i にどう影響しているのかを知りたい．

一般化線形モデル - ばらつきをよく見る

Don't use the normal distribution
without seeing data!





3.9 回帰モデルと確率分布の関係．また別の架空データに対して GLM をあてはめた例．破線は x とともに変化する平均値．グレイで

0 個，1 個，2 個と数えられる種子数が「正規分布」なわけないだろ!!

全体の流れ（1/3）

第 1 回: 7/06（月）観測されたパターンを説明する統計モデル
Introduction

第 2 回: 7/08（水）確率分布と最尤推定
Probability Distributions and
Maximum Likelihood Estimation (MLE)

第 3 回: 7/13（月）一般化線形モデル: ポアソン回帰
Generalized Linear Model (GLM):
Poisson Regression

全体の流れ（2/3）

第 4 回: 7/15（水）モデル選択と検定
Model Selection and Statistical Test

第 5 回: 7/22（水）一般化線形モデル: ロジスティック回帰
GLM: Logistic Regression

第 6 回: 7/27（月）一般化線形混合モデル
Generalized Linear Mixed Model (GLMM)

第 7 回: 7/29（水）階層ベイズモデル
Bayesian GLMM and Markov Chain Monte Carlo

全体の流れ（3/3）

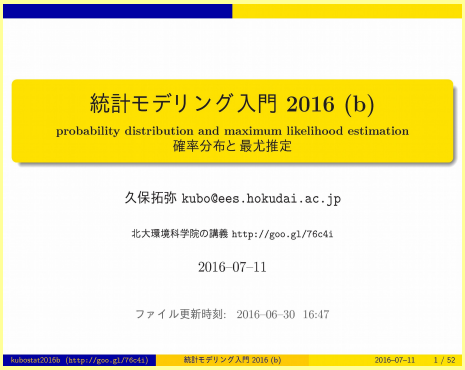
第 7 回: 8/1（月）時間変化データの統計モデル（1）
Time change data analysis: common mistakes

第 8 回: 8/3（水）時間変化データの統計モデル（2）
Time change data analysis using HBM

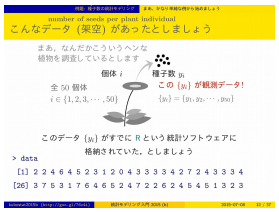
第 9 回: 8/9（火）時間変化データの統計モデル（3）
State space model: an application of HBM

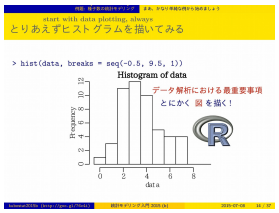
(tentative)

7/11（月）



単純化した例題





カウントデータはポアソン分布を使って説明できないかを調べる

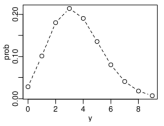


図 4　平均 $\lambda = 3.56$ のポアソン分布．種子数 y とその確率 prob の関係が示されている．図 5 の表を図にしたもの．R の plot() 関数の引数，type = "h" によって「丸と折れ線による図示」，lty = 2 によって「折れ線は破線で」と指示している．

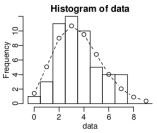
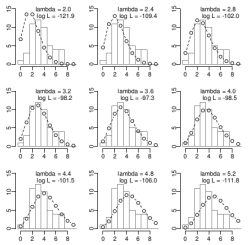


図 5　観測データと確率分布の対応をながめる．ヒストグラムは図 4 と同じ．それに重ねられている丸と破線は y 個の種子をもつ個体数の予測．平均 3.56 の図 4 のポアソン分布の確率分布に全個体数 50 をかけて得られる．

さいゆう 最尤推定という考えかたを説明します



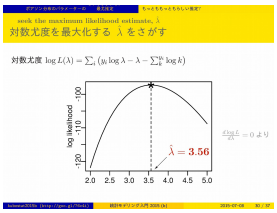


図 7　平均 λ（lambda）を変化させていったポアソン分布と，観測データへのあてはまりの良さ（対数尤度 logL），すべてのヒストグラムは図 6 と同じ．

7/13（水）

ここで登場する --- 「何でも正規分布」ではダメ！という発想

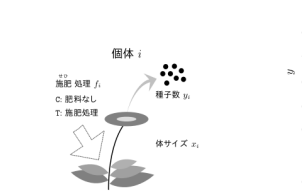


図 3.1　この例題に登場する架空植物の第 i 番目の個体．この植物の体サイズ（個体の大きさ）x_i と肥料をやる施肥処理 f_i が種子数 y_i にどう影響しているのかを知りたい．

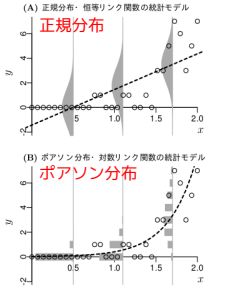


図 3.9　回帰モデルと確率分布の関係．また別の架空データに対して GLM をあてはめた例．破線は x とともに変化する平均値．グレイで

Free の統計ソフトウェア R で統計モデリング

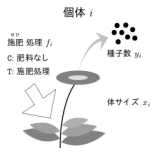


図 3.1　この例題に登場する架空植物の第 i 番目の個体サイズ（個体の大きさ）x_i と肥料をやる施肥処理にどう影響しているのかを知りたい．

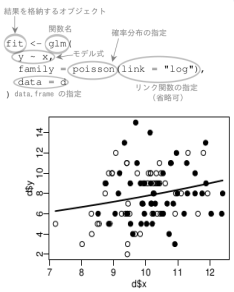
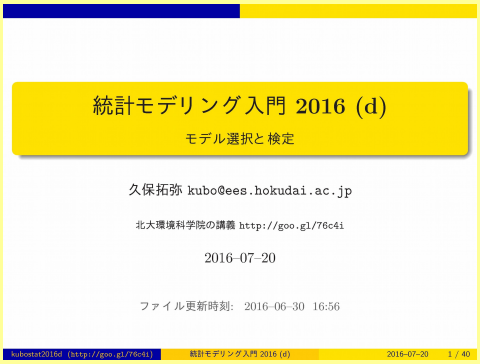
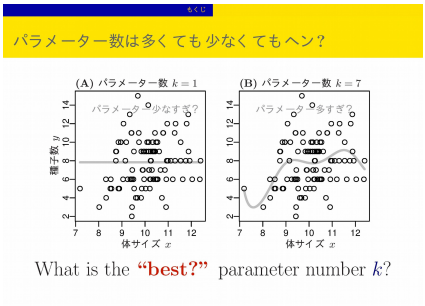


図 17　平均種子数 λ の予測．図 16 に λ の予測値（実線）を上がきしたもの．

7/20（水）



Q. モデル選択とは何か？



A. より良い予測をする統計モデルを探すこと

統計学的な検定　そして，その非対称性

But their procedures are similar

しかしモデル選択と検定の手順は途中まで同じ

統計モデルの検定　AIC によるモデル選択　←こっちだ!

検定はモデル選択じゃない!

解析対象のデータを確定

⇓

データを説明できるような統計モデルを設計

(帰無仮説・対立仮説)　(単純モデル・複雑モデル)

⇓

ネストした統計モデルたちのパラメーターの 最尤 (さいゆう) 推定計算

⇓　⇓

帰無仮説棄却の危険率を評価　モデル選択規準 AIC の評価

kubostat2015d (http://goo.gl/76c41)　統計モデリング入門 2015 (d)　2015-07-15　26 / 37

統計学って「検定」のこと?

「検定」って何なの?

「検定」ってエラいの?

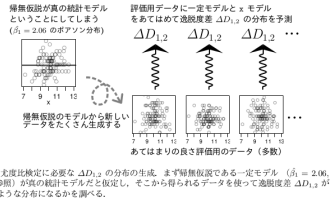


図 6　尤度比検定に必要な $\Delta D_{1,2}$ の分布の生成．まず帰無仮説である一定モデル（$\hat{\beta}_1 = 2.00$, p.[1] 参照）が気の統計モデルだと仮定し，そこから得られるデータを使って逸脱度差 $\Delta D_{1,2}$ がどのような分布になるかを調べる．

7/25（月）

統計モデリング入門 2015 (e)

GLM　logistic regression

一般化線形モデル：ロジスティック回帰

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

北大環境科学院の講義 http://goo.gl/76c4i

2015–07–22

ファイル更新時刻:　2015–07–02　16:24

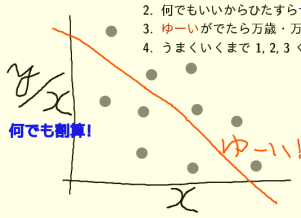
kubostat2015e (http://goo.gl/76c41)　統計モデリング入門 2015 (e)　2015-07-22　1 / 42

生物学のデータ解析は「割算」しまくり!!

この悪しき「割算」な統計学

世間でよくみかけるおススめできない作法の例

1. データどんどん割算・割算
2. 何でもいいからひたすらセンをひく
3. ゆーいがでたら万歳・万歳
4. うまくいくまで 1, 2, 3 ぐるぐる



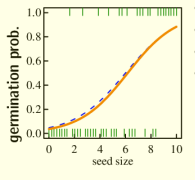
ちなみにこれは ∞ と ∞ を比較してるんだから，反比例みたいな負「負の相関」がでるのはあたりまえ

2012–11–02 k4　(2012–10–26　17.07 修正版)　14/ 44

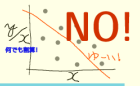
GLM のひとつ，ロジスティック回帰を使おう

データにあわせたより良い統計モデリングを!

おススめできないデータ解析を回避するための注意点



- むやみに 区画わけしない !
- 何でも 割り算するな !
- たくさん 図を描く
- 「観測データを説明する 確率分布は何か?」 を考える



コツ: 不自然にデータをこねくりまわさない

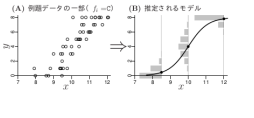
データの性質・構造にあったモデリングを!

2012–11–02 k4　(2012–10–26　17.07 修正版)　43/ 44

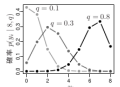
GLM のひとつ，ロジスティック回帰を使おう

またいつもの例題?　…… ちょっとちがう

ロジスティック回帰とは何なのか?



二項分布: N 回のうち y 回，となる確率



7/27（水）

統計モデリング入門 2016 (f)

階層ベイズモデル Hierarchical Bayesian Model

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

北大環境科学院の講義 http://goo.gl/76c4i

2016–07–27

ファイル更新時刻:　2016–06–30　17:01

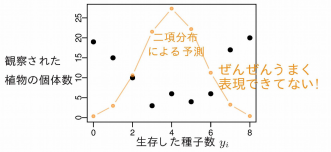
kubostat2016f (http://goo.gl/76c41)　統計モデリング入門 2016 (f)　2016-07-27　1 / 67

GLM ではうまく説明できないデータ!?

GLMM は階層ベイズモデルの一種　事前分布をどう選ぶかが重要

また別の観測データ：二項分布だめだめ?!

100 個体の植物の合計 800 種子中 403 個の生存が見られたので，平均生存確率は 0.50 と推定されたが……

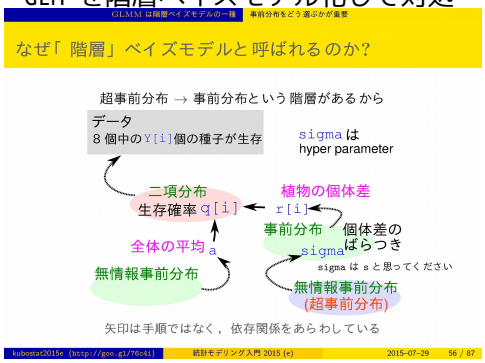


さっきの例題と同じようなデータなのに?

(「 統計モデリング入門」第 10 章の最初の例題)

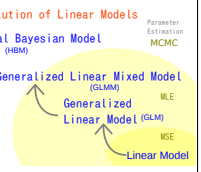
第 6 回と同じような例題を，こんどはベイズモデルを使ってモデリングします

GLM を階層ベイズモデル化して対処



なぜ階層ベイズモデルまで勉強するの?

- 生態学!
  - 個体差・エリア差・空間相関・時間相関・種差などめんどうなことをあつかわないといけない



そういう難しい状況では……

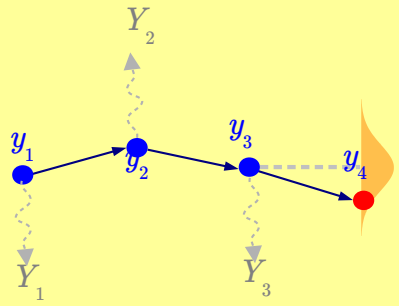
- ベイズモデル化
- そのパラメーターの事後分布を MCMC 法を使って推定するのが無難

第 7, 8, 9 回は
「時間変化」するデータ
の統計モデリング

(階層ベイズモデルの応用)

時間変化のデータ解析

時系列データ解析

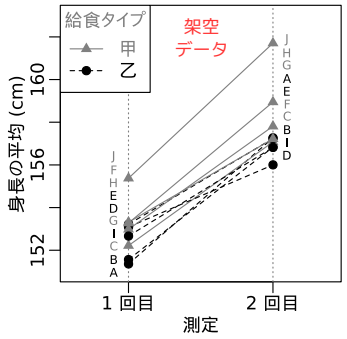


短い時系列データ

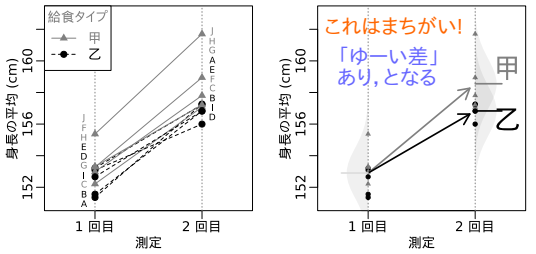
時系列の長短に関係なく
「対応のある」データ点か
どうかが本質的な問題

再測定もまた時系列データ

岩波データサイエンス vol.1



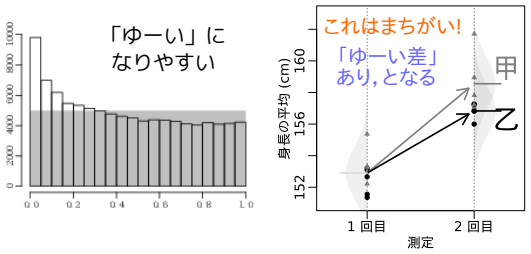
対応 (paired) を考えてない GLM あてはめ



glm(身長 ~ (測定2回目) + (測定2回目):(処理の効果))

同じ対象を二回測定していることを考慮してない

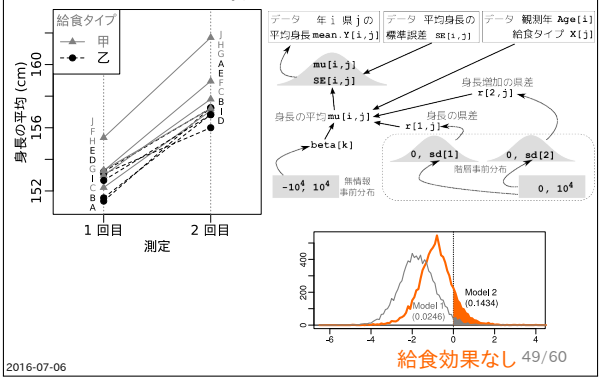
対応 (paired) を考えてない GLM あてはめ



glm(身長 ~ (測定2回目) + (測定2回目):(処理の効果))

同じ対象を二回測定していることを考慮してない

対応（paired）を考慮し，
さらに県の差もあるモデル

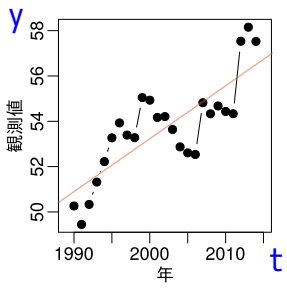


給食効果なし

長い時系列データ

データ上で「時間相関」が見える
「時間相関」のモデリングが必要

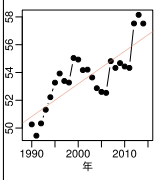
時間相関のある時系列データに…



glm(y ~ t)

…と，モデルを
あてはめてみた

「やったーゆーいだ!!」……??

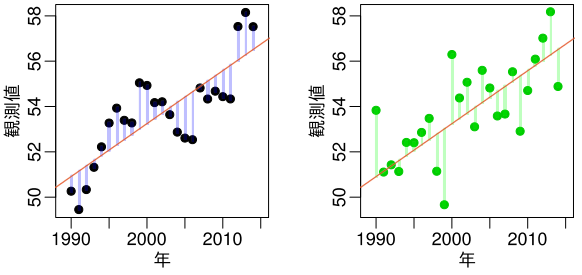


```
> summary(glm(formula = y ~ t))

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.1295  -1.0583  -0.0817   0.9860   2.0188

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -414.5655    71.4761   -5.80  6.6e-06
t              0.2339     0.0357    6.55  1.1e-06
```

これはまちがい→ glm(時系列Y ~ 時間 t)

統計モデルがおかしい?

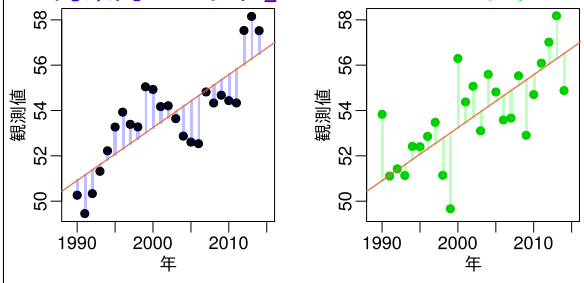
時系列の「ずれ」　GLM のずれ



直線からのずれがちがう!

時間的自己相関がある　時間的自己相関がない

時系列の「ずれ」　GLM のずれ

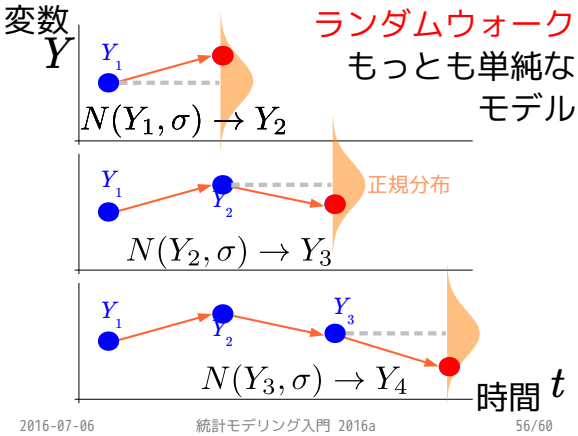


直線からのずれがちがう!

時間的自己相関がある　時間的自己相関がない

統計モデルづくりの要点

時系列データの解析は
階層ベイズモデル化した
状態空間モデルを使うのが便利



ランダムウォーク
もっとも単純な
モデル

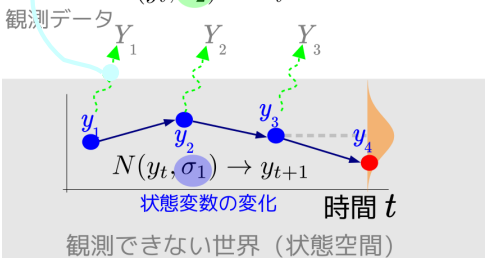
状態空間モデル + 観測モデル

この部分にポアソン分布や二項分布をいれる

誤差

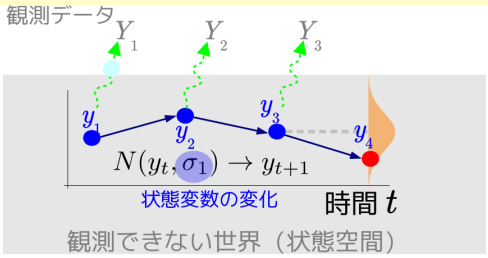
状態空間モデル

$N(y_t, \sigma_2) \to Y_t$ 二種類の σ をもつ



状態空間モデル + 観測モデル

他にも季節変動などを
入れることができます



説明してみたいこと

- 時系列データ:単純な回帰はダメ(続)
- 状態空間モデル: 乱歩と雑音の分離
- 差分と時間的自己相関係数
- 欠測と不等間隔
- 時系列と「対応のある」データ
- 説明しないこと - 因果推定など

今日はここまで