# 統計モデリング入門 2014（1）

# 観測されたパターンを説明する統計モデル

久保拓弥（北海道大・環境科学）

kubo@ees.hokudai.ac.jp

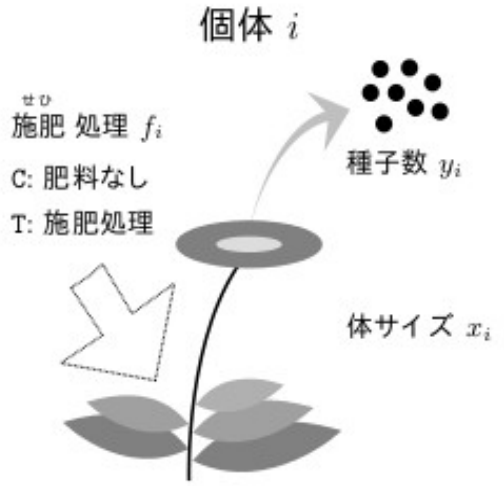




図 3.1 この例題に登場する架空植物の第 $i$ 番目の個体．この植物の体サイズ（個体の大きさ）$x_i$ と肥料をやる施肥処理 $f_i$ が種子数 $y_i$ にどう影響しているのかを知りたい．

# 統計モデリング授業の web page

# http://goo.gl/XeBR2x

## 生態学のデータ解析 - 統計学授業 2014

- 統計学の授業やります（2014 年度前期後半，2014 年 7 月）
  - 「植物生態学特論 I」の一部，2014 年の 7/2（月）から開始（全 7 回）
    - 誰でも参加できます
    - 事前のもうしこみなどは何も必要ありません（聴講のみで，単位を必要としない場合）
    - 全部ではなく部分的に参加してもらってもかまいません
  - 教科書「統計モデリング入門」（あるいはやや古いですが: 2008 年の講義のーと）
  - 月曜日・水曜日の 3 講目（13:00-14:30）
  - 教室: 地球環境科学研究院 A 棟 **A809**（エレヴェイターでてすぐ前の部屋）
  - 短縮 URL: http://goo.gl/XeBR2x

---

**[おもな内容]**

- 第 1 回: 7/02（水）観測されたパターンを説明する統計モデル
- 第 2 回: 7/07（月）確率分布と最尤推定
- 第 3 回: 7/09（水）一般化線形モデル: ポアソン回帰
- 第 4 回: 7/14（月）モデル選択と検定
- 第 5 回: 7/16（水）一般化線形モデル: ロジスティック回帰
- 第 6 回: 7/23（水）一般化線形混合モデル
- 第 7 回: 7/28（月）階層ベイズモデル

---

# この統計モデリング授業の Mailing List (ML) kubostat

- 授業登録している人たちは自動的に ML に登録します
  - 回答もメイルで送信してください
- 成績評価は「課題」の回答
  - 出欠関係なし（欠席の連絡いりません）
- 単位とらない人も ML 登録してください
  - 講義資料のダウンロード案内などあります

**授業終了後に登録作業!**

統計モデルは
データ解析の道具

なぜデータ解析の方法を
勉強しなければ
ならないのか?

# 科学のデータ解釈は統計的手法に依存

「データ→結論」のつなぎめ

- データ解析がおかしいと結論もおかしい
- データ解析を悪用して結論をねつぞうできる
- 論文を読むときにデータ解析の部分がわからないと「どうしてこのデータからこの結論が導かれたのか，妥当といえるのか」などがわからない→論文を批判的に読めない

# データ解析はあまり重視されてなかった

内容がわからなくてもソフトウェアにまるなげ

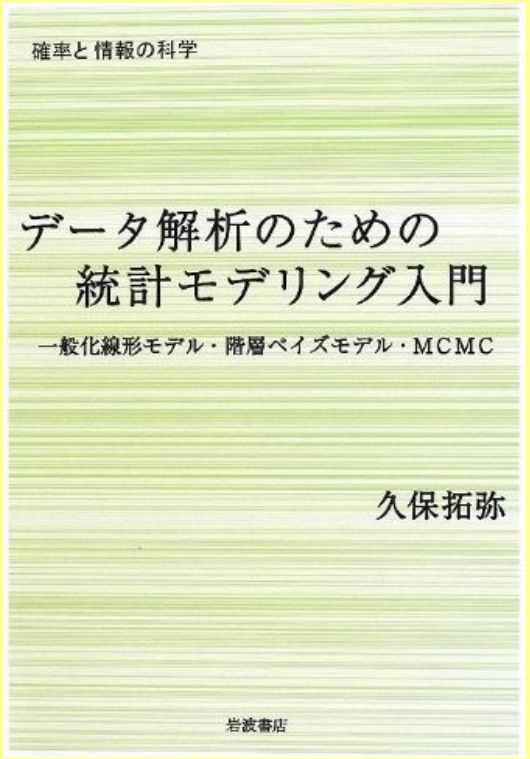
- ブラックボックス統計解析
- とにかく「ゆーい差」さえ出せばよいという発想になっている
- 大学・大学院でもあまりちゃんと教えられていない，教えられるヒトが少ない……とくに近年発達している統計モデリングについて

# この授業のねらい

できるだけ内容を理解して統計ソフトウェアを使おう!

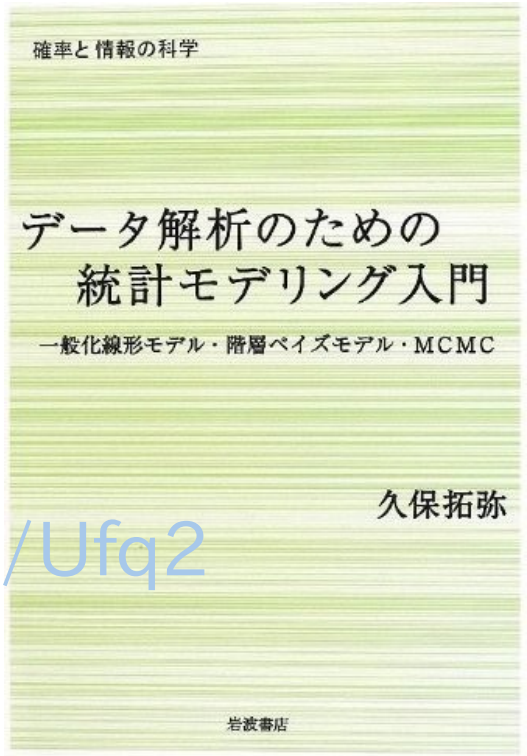
- データ解析で使われるの中でも比較的簡単な統計モデルを理解しよう
- 「ゆーい差」さえ出せばよいという発想をやめて，データと統計モデルの対応関係をよく見よう（作図重要）
- 統計ソフトウェア R を使い始めよう

# 教科書とソフトウェア

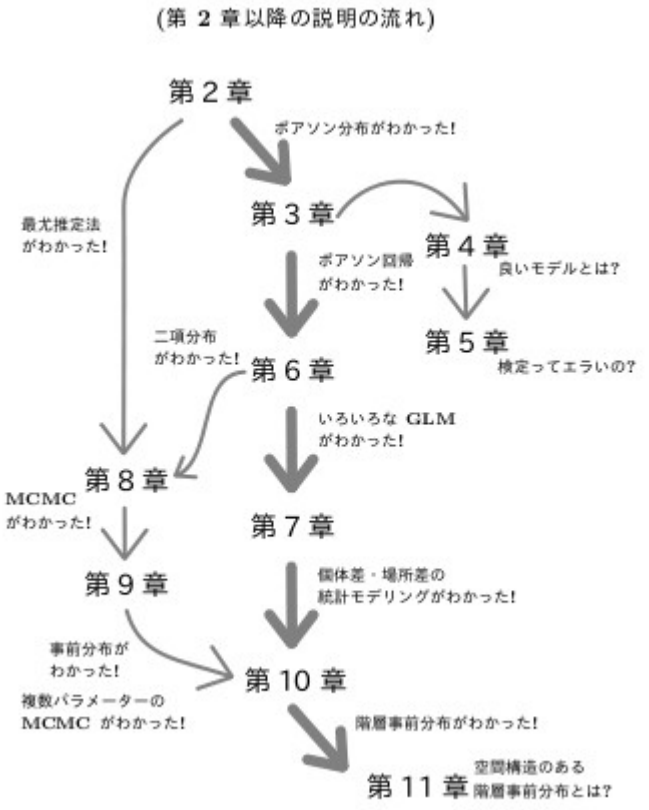

確率と情報の科学
データ解析のための
統計モデリング入門
一般化線形モデル・階層ベイズモデル・MCMC
久保拓弥
岩波書店

# この授業は「統計モデリング入門」にそった内容を説明します

著者: 久保拓弥
出版社: 岩波書店
2012-05-18 刊行
価格 3990 円




http://goo.gl/Ufq2




割引販売 3000 円!!

# 「統計モデリング入門」のもとになった「講義のーと」もあります


授業 web page に「講義のーと」へのリンクがあります! http://goo.gl/82dgC

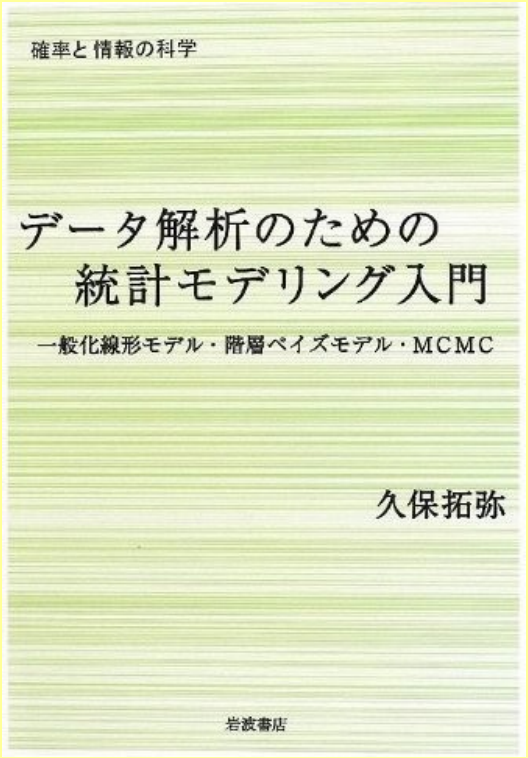
# 統計ソフトウェア R

## 統計学の勉強には良い統計ソフトウェアが必要!

- 無料で入手できる
- 内容が完全に公開されている
- 多くの研究者が使っている
- 作図機能が強力

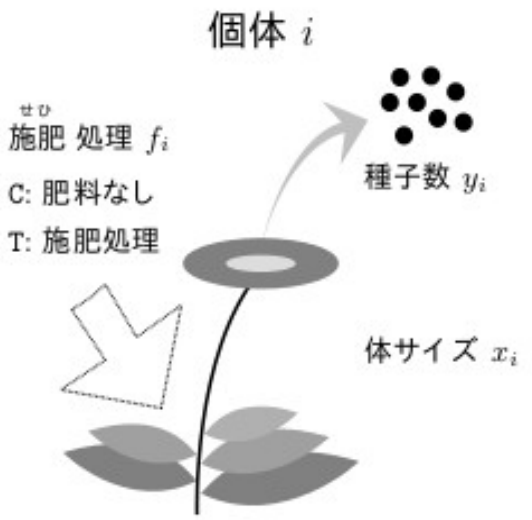
この教科書でも R を
使って問題を解決する
方法を説明しています

# 統計モデルとは何か?


確率と情報の科学
データ解析のための
統計モデリング入門
一般化線形モデル・階層ベイズモデル・MCMC
久保拓弥
岩波書店

# たとえばこんなデータがあったしましょう

（次回の講義の例題）



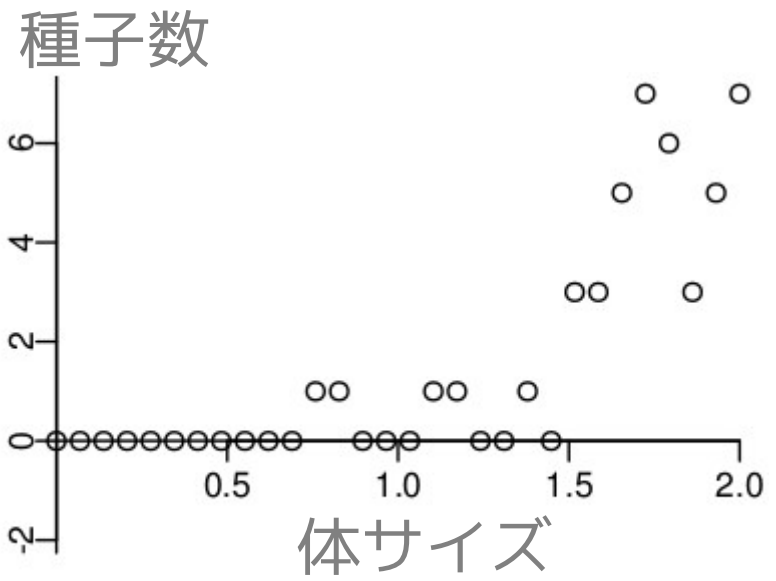
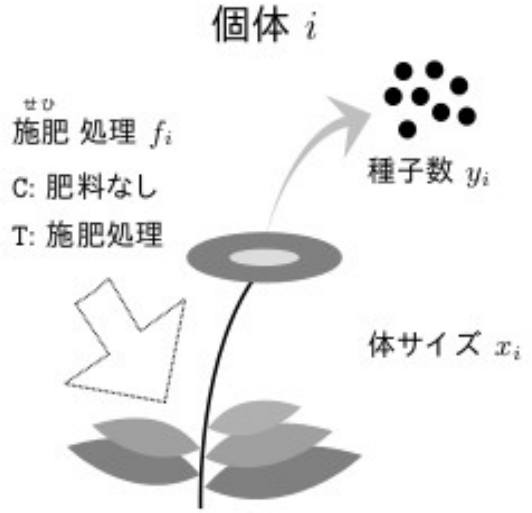
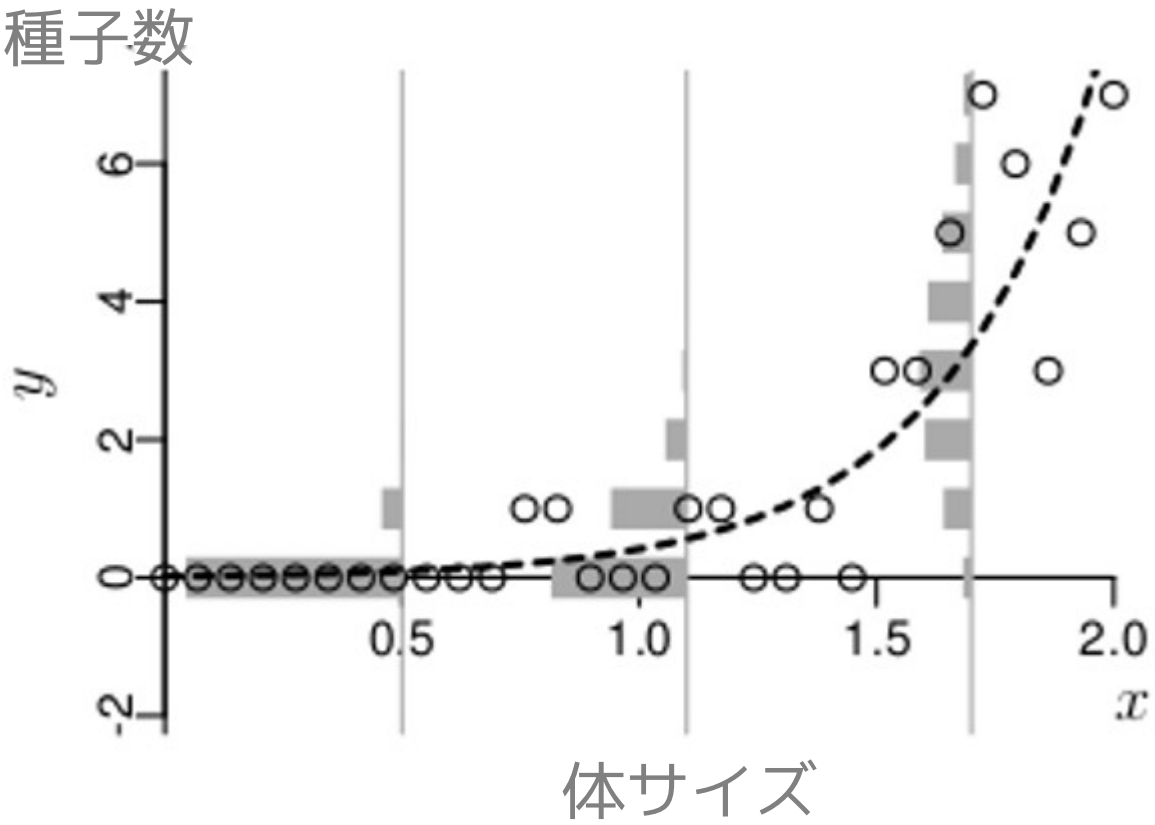




図 3.1　この例題に登場する架空植物の第 $i$ 番目の個体．この植物の体サイズ（ 個体の大きさ）$x_i$ と肥料をやる施肥処理 $f_i$ が種子数 $y_i$ にどう影響しているのかを知りたい．

# こういう「定量的な説明」があったらいいな……

なんとなく「わかった」ような気分?




数式で書かれた
「統計モデル」を
準備する
それをデータに
あてはめる

種子数の平均値はサイズ $x$ とともに増大する

平均値が増大するとばらつきが変化する

……などなど……

# 「統計モデル」のしくみを理解しよう!

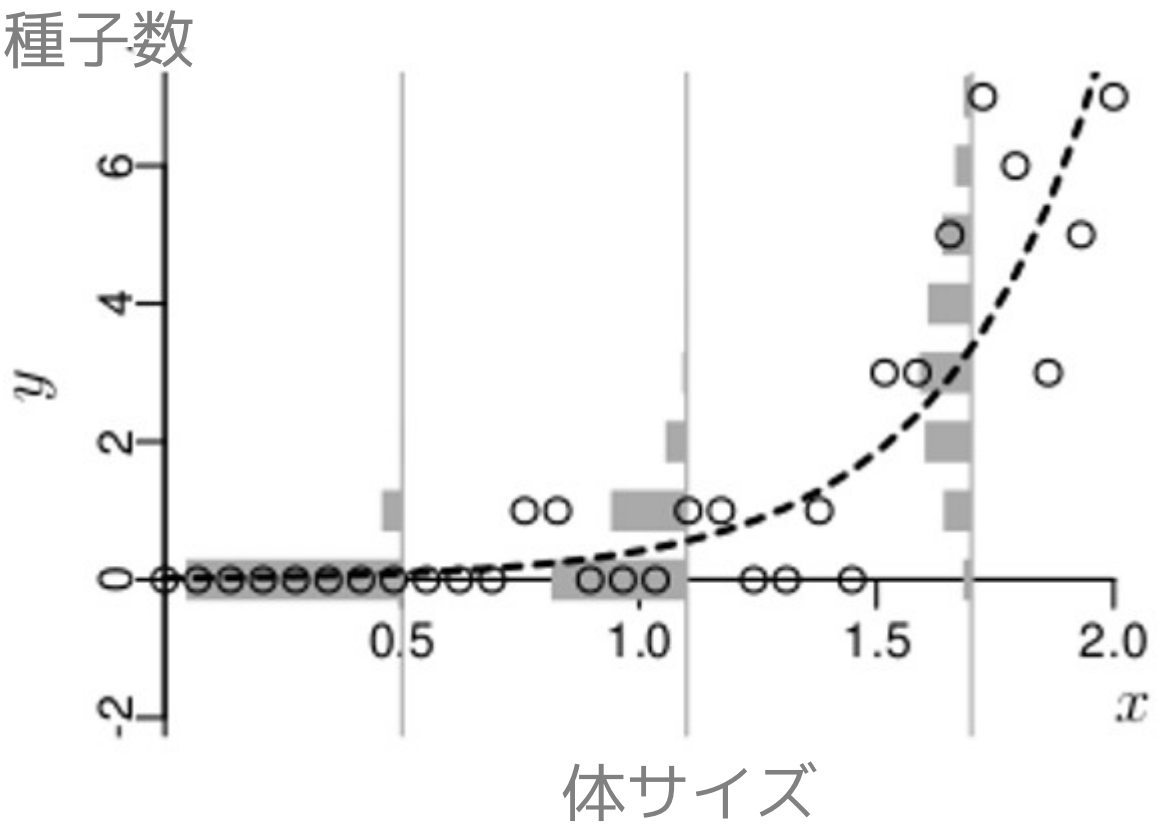
もうすこし「わかった」ような気分?

種子数の平均値はサイズ $x$ とともに増大する

➡ どのように変化するのか?
数式で書くとどうなる?

平均値が増大するとばらつきが変化する

➡ どのようにばらつくのか?
確率分布?

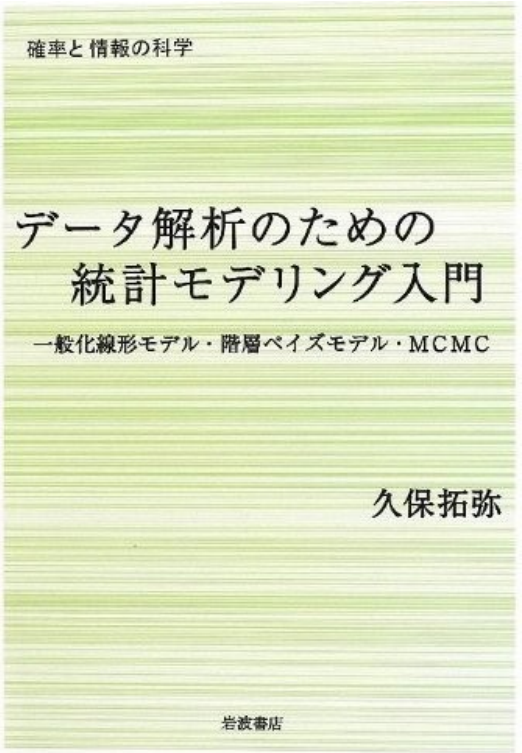



統計モデルをデータにうまくあてはめる

➡ どのようにあてはめるのが妥当なのか? パラメーター推定法?

# 「統計モデル」とは何か?

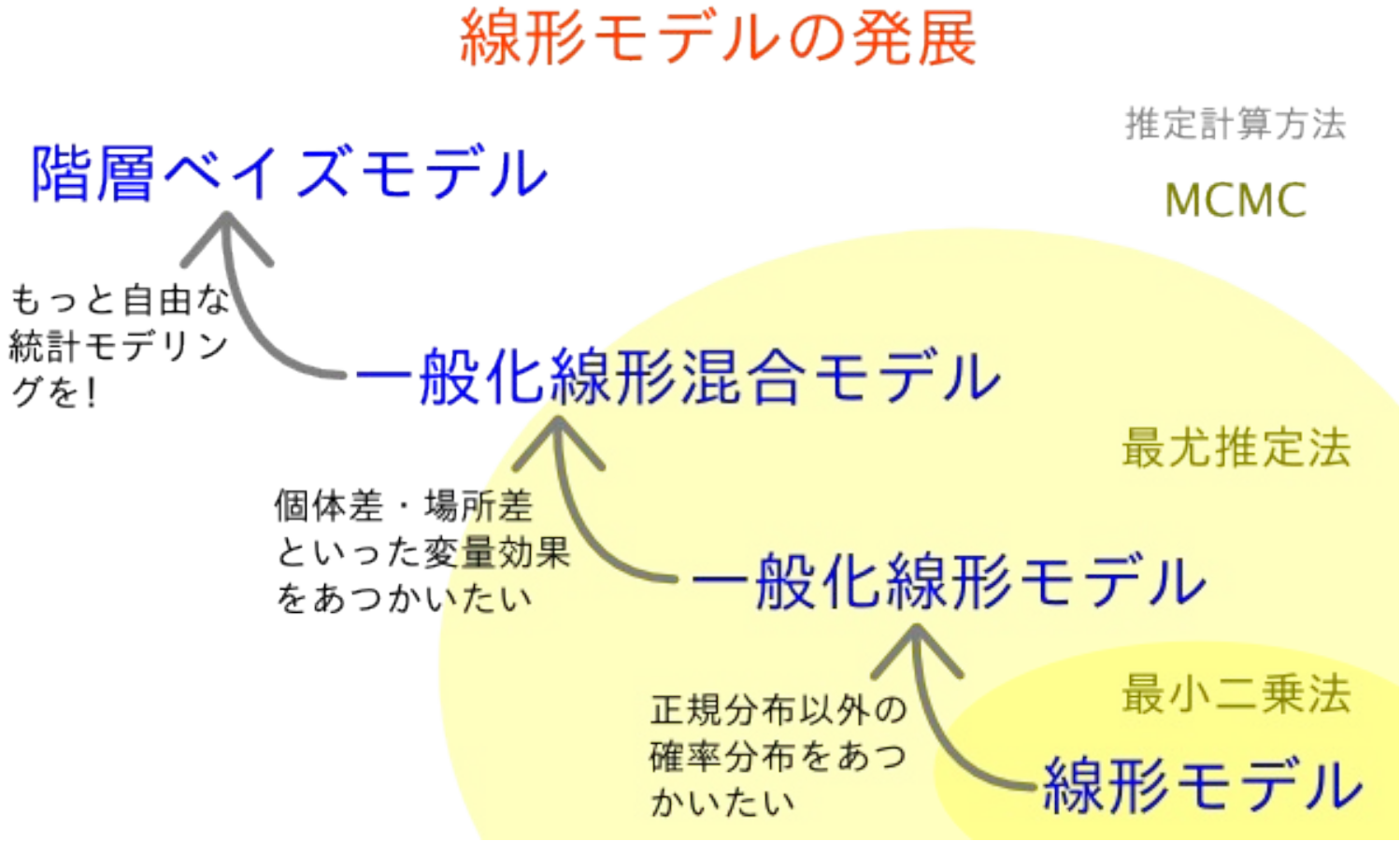
どんな統計解析においても
統計モデルが使用されている




- 観察によってデータ化された現象を説明するために作られる
- 確率分布が基本的な部品であり，これはデータにみられるばらつきを表現する手段である
- データとモデルを対応づける手つづきが準備されていて，モデルがデータにどれぐらい良くあてはまっているかを定量的に評価できる

# 「統計モデリング入門」の主張

「何でも正規分布」じゃないだろ!

# 一般化線形モデル - ばらつきをよく見る

Generalized Linear Model, GLM

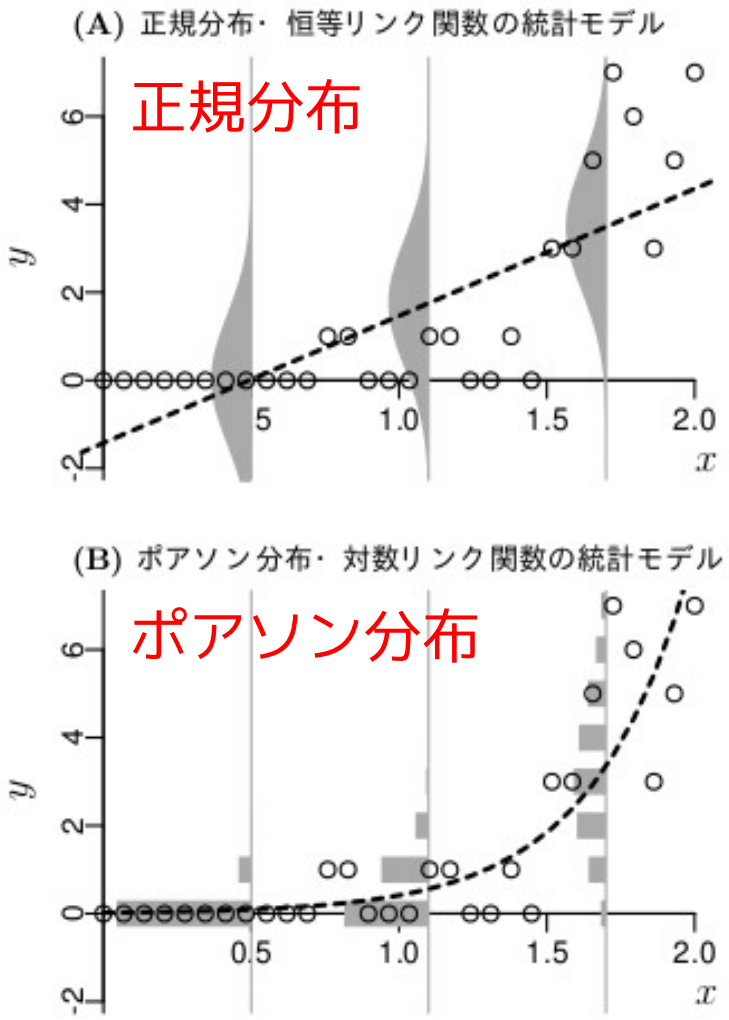



図 3.9 回帰モデルと確率分布の関係．また別の架空データに対して GLM をあてはめた例．破線は $x$ とともに変化する平均値．グレイで

線形モデルの発展

推定計算方法

MCMC

階層ベイズモデル

もっと自由な統計モデリングを!

一般化線形混合モデル

最尤推定法

個体差・場所差といった変量効果をあつかいたい

一般化線形モデル

最小二乗法

正規分布以外の確率分布をあつかいたい

線形モデル

0 個，1 個，2 個と数えられる種子数が「正規分布」なわけないだろ!!

# 全体の流れ

第 1 回: 7/02 (水) 観測されたパターンを説明する統計モデル

第 2 回: 7/07 (月) 確率分布と最尤推定

第 3 回: 7/09 (水) 一般化線形モデル: ポアソン回帰

第 4 回: 7/14 (月) モデル選択と検定

第 5 回: 7/16 (水) 一般化線形モデル: ロジスティック回帰

第 6 回: 7/23 (水) 一般化線形混合モデル

第 7 回: 7/28 (月) 階層ベイズモデル

7/7（月）

# 統計モデリング入門 2014 (2)

probability distribution and maximum likelihood estimation
確率分布と最尤推定

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

北大環境科学院の講義 http://goo.gl/XeBR2x

2014–07–02

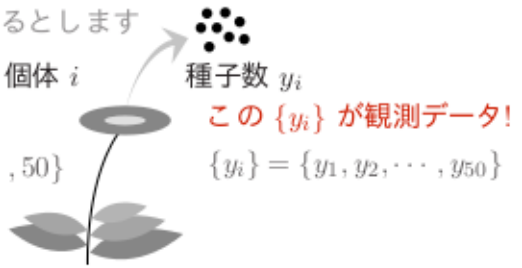
ファイル更新時刻: 2014–07–01 16:28

# 単純化した例題

例題: 種子数の統計モデリング　まあ，かなり単純な例から始めましょう

## こんなデータ (架空) があったとしましょう

まあ，なんだかこういうヘンな
植物を調査しているとします




このデータ $\{y_i\}$ がすでに R に格納されていた，としましょう

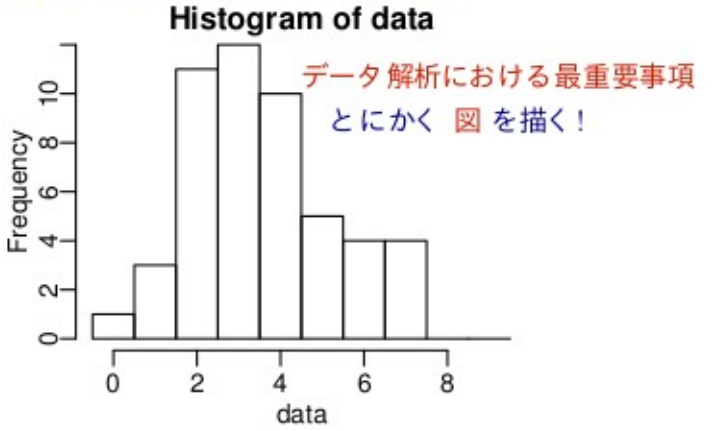
```
> data
 [1] 2 2 4 6 4 5 2 3 1 2 0 4 3 3 3 3 4 2 7 2 4 3 3 3 4
[26] 3 7 5 3 1 7 6 4 6 5 2 4 7 2 2 6 2 4 5 4 5 1 3 2 3
```



例題: 種子数の統計モデリング　まあ，かなり単純な例から始めましょう

## とりあえずヒストグラムを描いてみる

```
> hist(data, breaks = seq(-0.5, 9.5, 1))
```



# カウントデータはポアソン分布を使って説明できないかを調べる

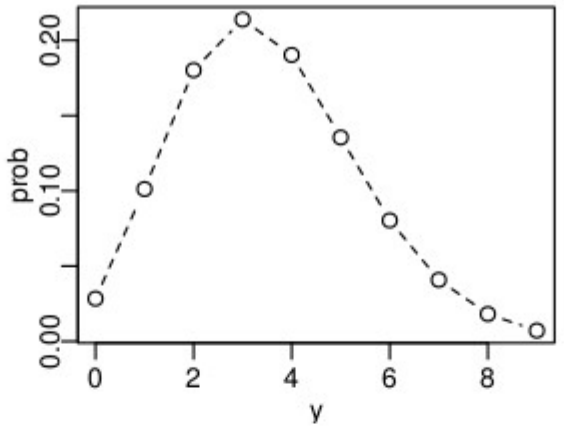



図 4　平均 $\lambda = 3.56$ のポアソン分布．種子数 y とその確率 prob の関係が示されている．図 3 の表を図にしたもの．R の plot() 関数の引数，type = "b" によって「丸と折れ線による図示」，lty = 2 によって「折れ線は破線で」と指示している．

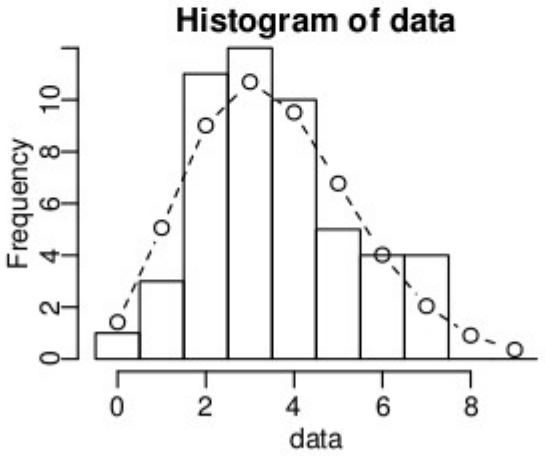



図 5　観測データと確率分布の対応をながめる．ヒストグラムは図 2 と同じ．それに重ねられている丸と破線は $y$ 個の種子をもつ個体数の予測．平均 3.56 の図 4 のポアソン分布の確率分布に全個体数 50 をかけて得られる．

# さいゆう最尤推定という考えかたを説明します

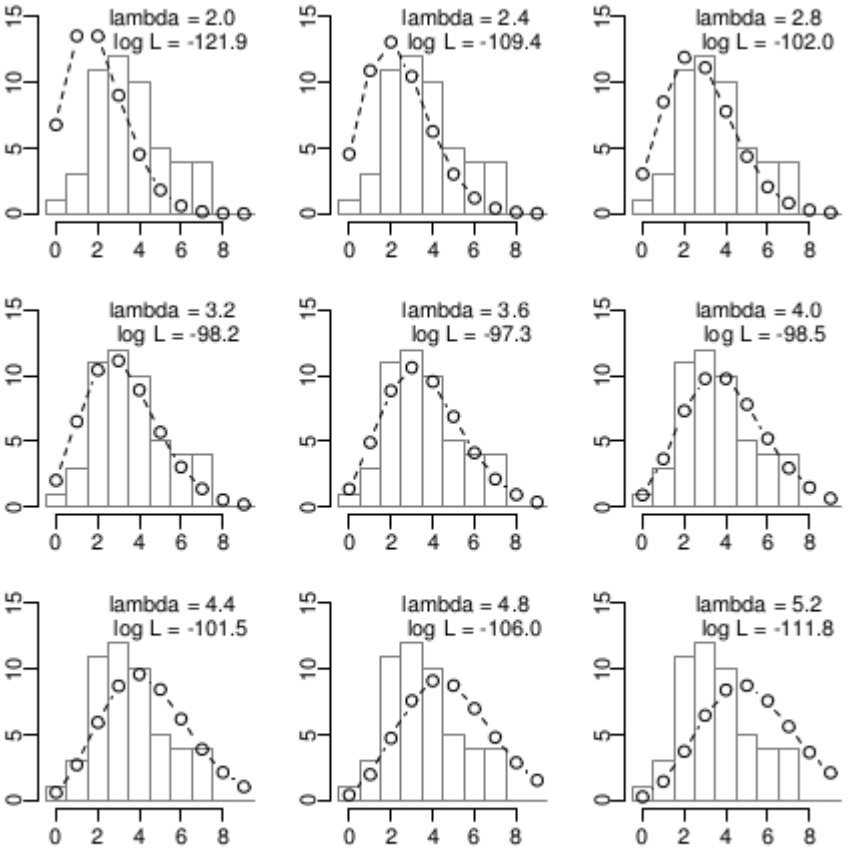
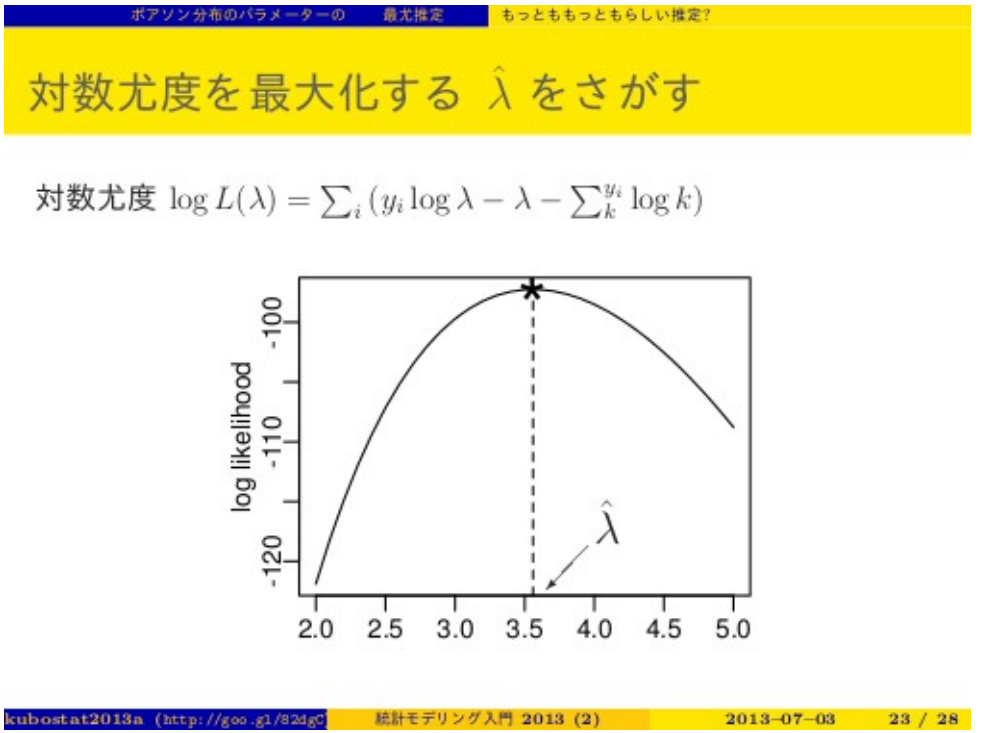



図 7　平均 λ（lambda）を変化させていったポアソン分布と，観測データへのあてはまりの良さ（対数尤度 logL）．すべてのヒストグラムは図 2 と同じ．



7/9（水）

# 統計モデリング入門 2014 (3)

**Poisson regression, a generalized linear model (GLM)**
**一般化線形モデル: ポアソン回帰**

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

北大環境科学院の講義 http://goo.gl/XeBR2x

2014–07–09

ファイル更新時刻: 2014–07–01 16:28

# ここで登場する ---
# 「何でも正規分布」ではダメ！という発想

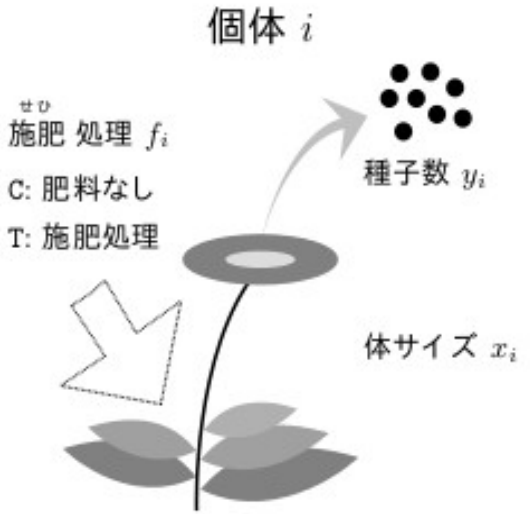



図 3.1　この例題に登場する架空植物の第 $i$ 番目の個体．この植物の体サイズ（個体の大きさ）$x_i$ と肥料をやる施肥処理 $f_i$ が種子数 $y_i$ にどう影響しているのかを知りたい．

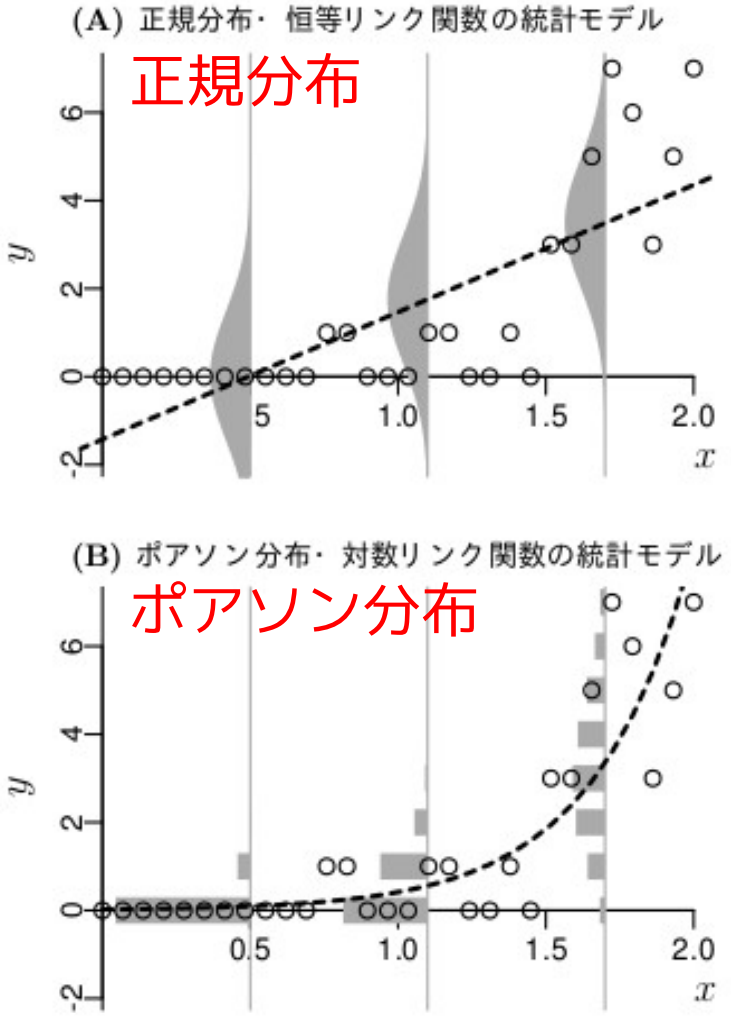



図 3.9　回帰モデルと確率分布の関係．また別の架空データに対して GLM をあてはめた例．破線は $x$ とともに変化する平均値．グレイで

Free の統計
ソフトウェア **R** で統計モデリング

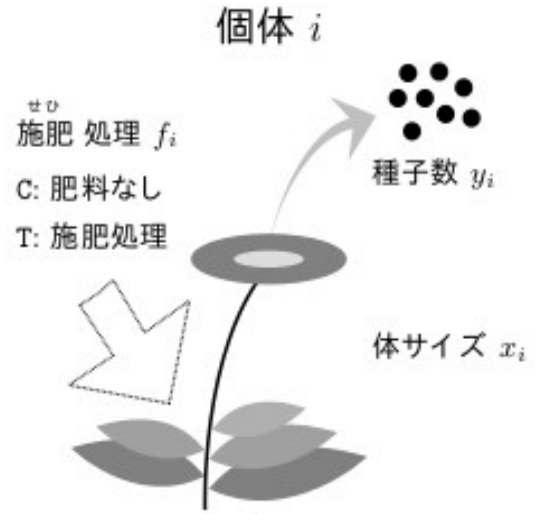
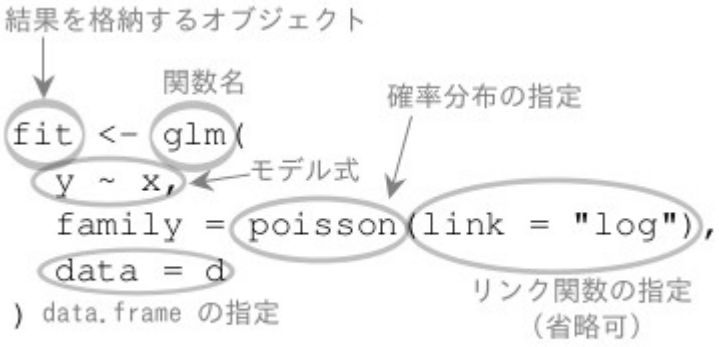



図 3.1　この例題に登場する架空植物の第 $i$ 番目の個体
体サイズ（ 個体の大きさ）$x_i$ と肥料をやる施肥処理
にどう影響しているのかを知りたい.



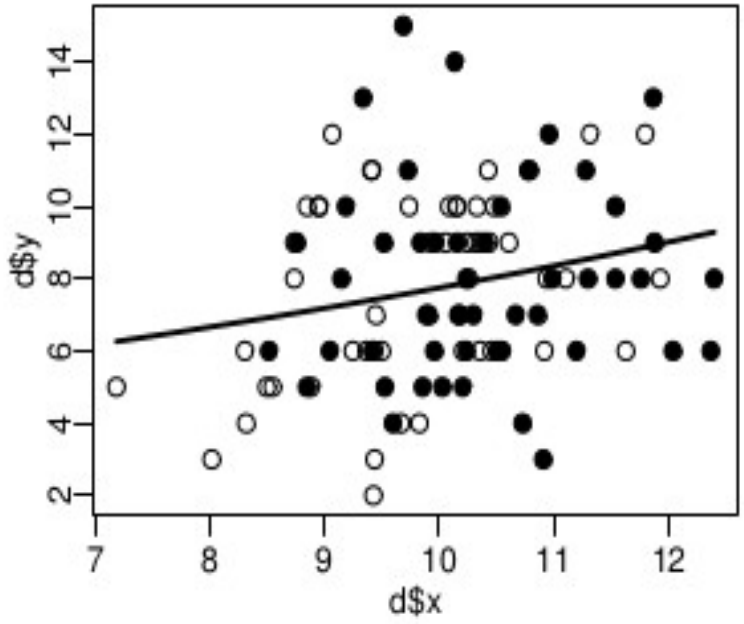




図 17　平均種子数 λ の予測. 図 12 に λ の予測値（実線）を上がきしたもの.

7/14（月）

# 統計モデリング入門 2014 (4)

## モデル選択と検定

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

北大環境科学院の講義 http://goo.gl/XeBR2x

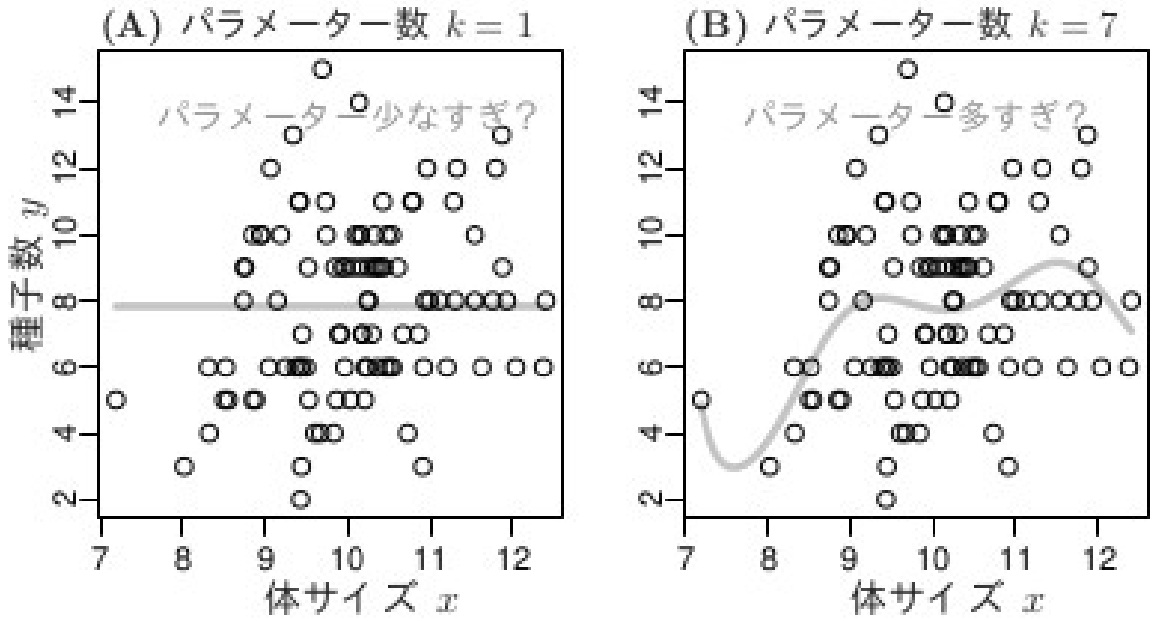
2014–07–14

ファイル更新時刻: 2014–07–01 16:28

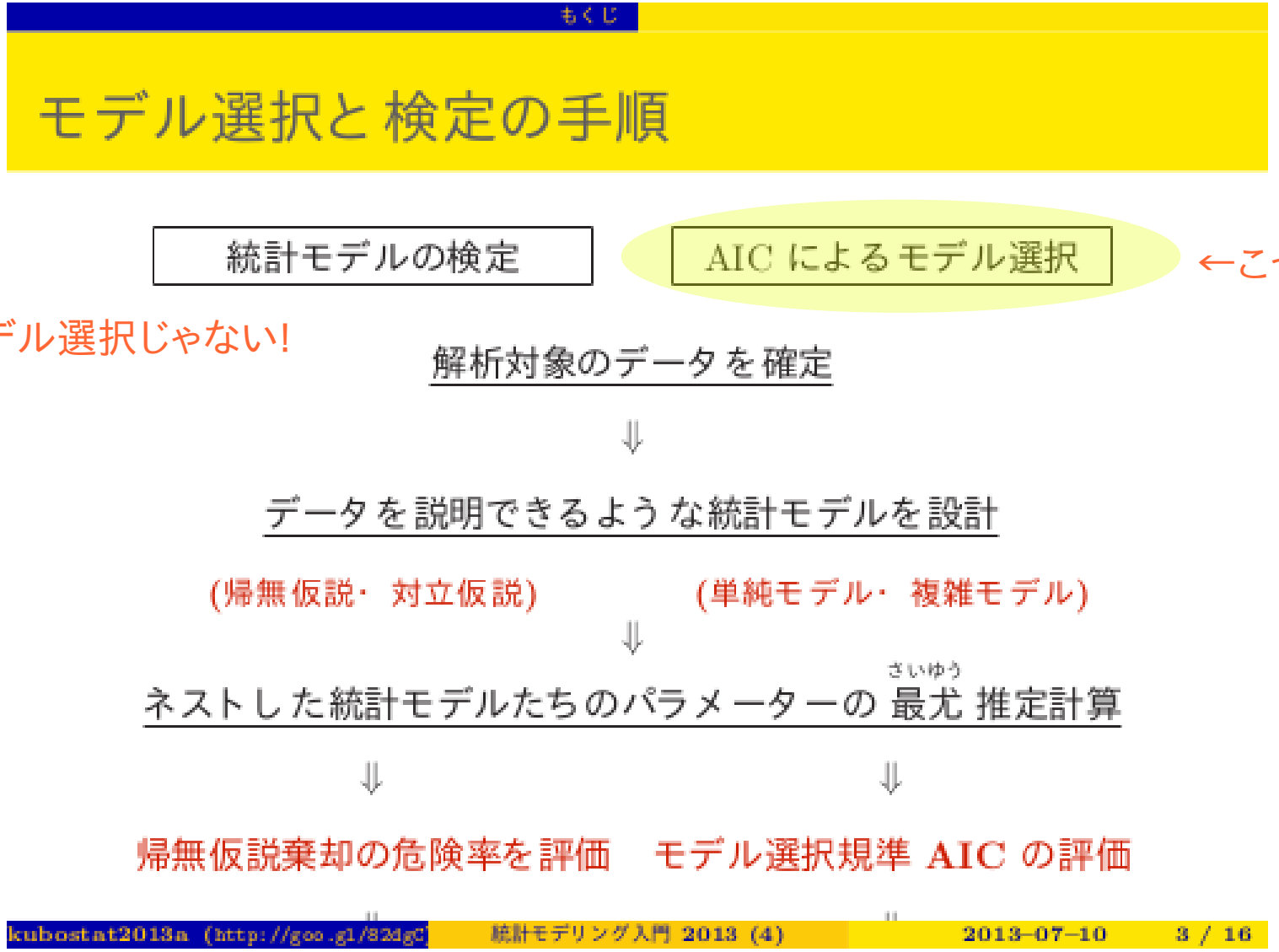
# Q. モデル選択とは何か？

データと確率分布の対応　どういう関係なのか図示してながめる

パラメーター数は多くても少なくてもヘン？



# A. より良い予測をする統計モデルを探すこと



# 統計学って「検定」のこと?

「検定」って何なの?

「検定」ってエラいの?

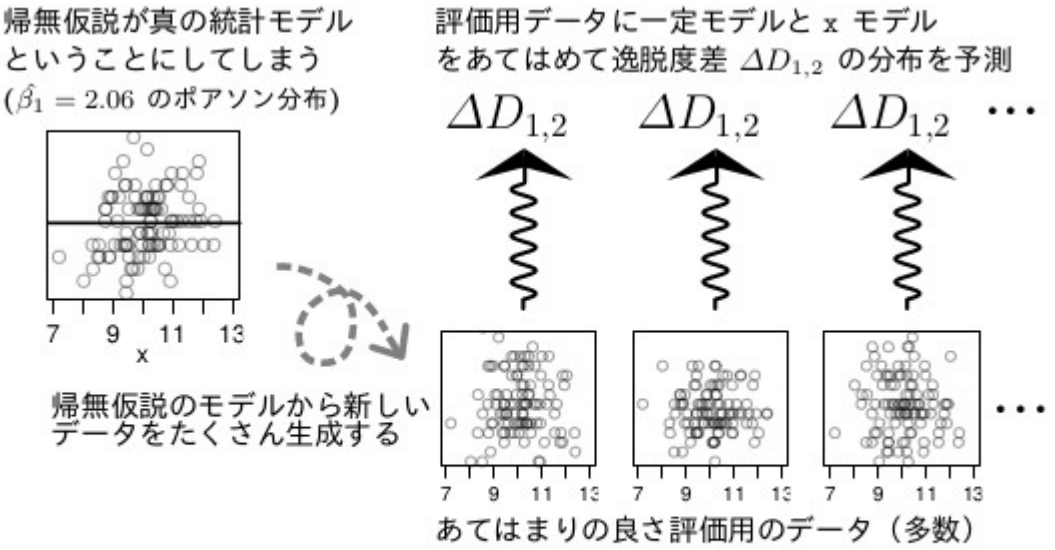



図 6　尤度比検定に必要な $\Delta D_{1,2}$ の分布の生成．まず帰無仮説である一定モデル（$\hat{\beta}_1 = 2.06$, p.6 参照）が真の統計モデルだと仮定し，そこから得られるデータを使って逸脱度差 $\Delta D_{1,2}$ がどのような分布になるかを調べる．

7/16（水）

# 統計モデリング入門 2014 (5)

GLM　　logistic regression
一般化線形モデル: ロジスティック回帰

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

北大環境科学院の講義 http://goo.gl/XeBR2x

2014–07–16

ファイル更新時刻:　2014–07–01　16:29

# 生物学のデータ解析は「割算」しまくり!!

## この悪しき「割算」な統計学

### 世間でよくみかけるおススめできない作法の例

1. データどんどん割算・割算
2. 何でもいいからひたすらセンをひく
3. ゆーいがでたら万歳・万歳
4. うまくいくまで 1, 2, 3 ぐるぐる


ちなみにこれは $x$ と $o/x$ を比較してるんだから，反比例みたいな偽「負の相関」がでるのはあたりまえ

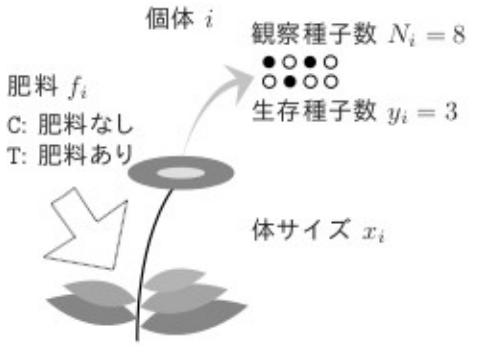
2012–11–02 k4 (2012–10–26 17:07 修正版) 14/ 44

# GLM のひとつ，ロジスティック回帰を使おう



## またいつもの例題? …… ちょっとちがう

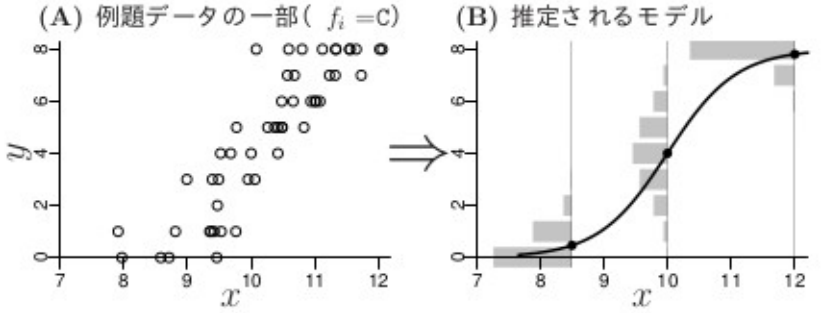
8 個の種子のうち $y$ 個が 発芽可能 だった! …… というデータ







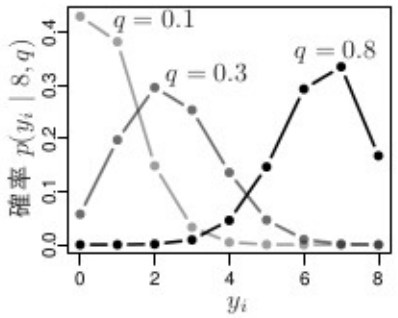

## ロジスティック回帰とは何なのか?








## 二項分布: $N$ 回のうち $y$ 回，となる確率



7/23（水）

# 統計モデリング入門 2014 (6)

## Generalized Linear Mixed Model (GLMM)
## 一般化線形混合モデル

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

北大環境科学院の講義 http://goo.gl/XeBR2x

2014–07–23

ファイル更新時刻: 2014–07–01 16:29

# GLM ではうまく対処できない問題



## この授業であつかう統計モデルたち

線形モデルの発展

推定計算方法

階層ベイズモデル — MCMC

もっと自由な統計モデリングを!

一般化線形混合モデル — 最尤推定法

個体差・場所差といった変量効果をあつかいたい

一般化線形モデル — 最小二乗法

正規分布以外の確率分布をあつかいたい

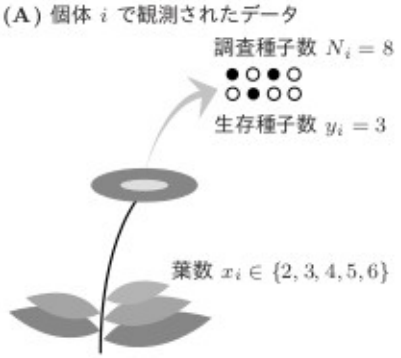
線形モデル

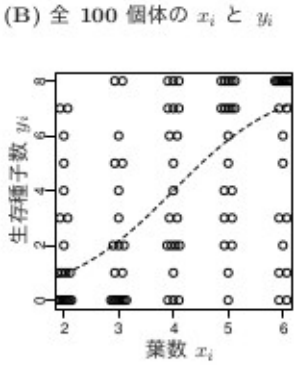
統計モデル勉強のプラン: 線形モデルを発展させる





## 今日の例題: 種子の生存確率, ただし……

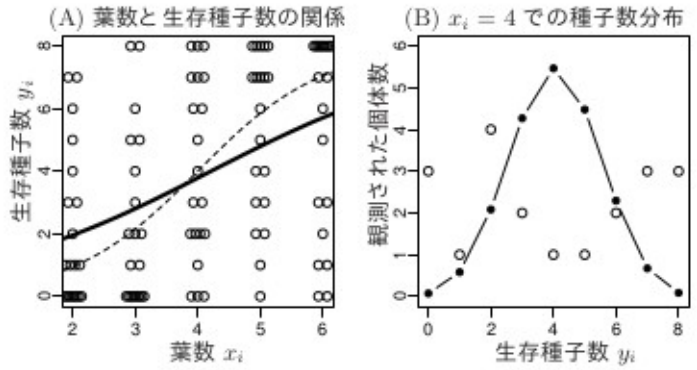






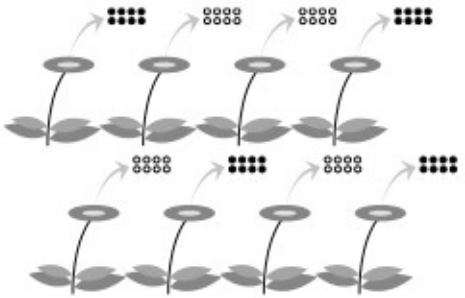

## GLM では説明できないばらつき!



# 今まで「個体差」無視した統計モデル（GLM)を使っていた!

過分散と個体差　観測されていない個体差がもたらす過分散

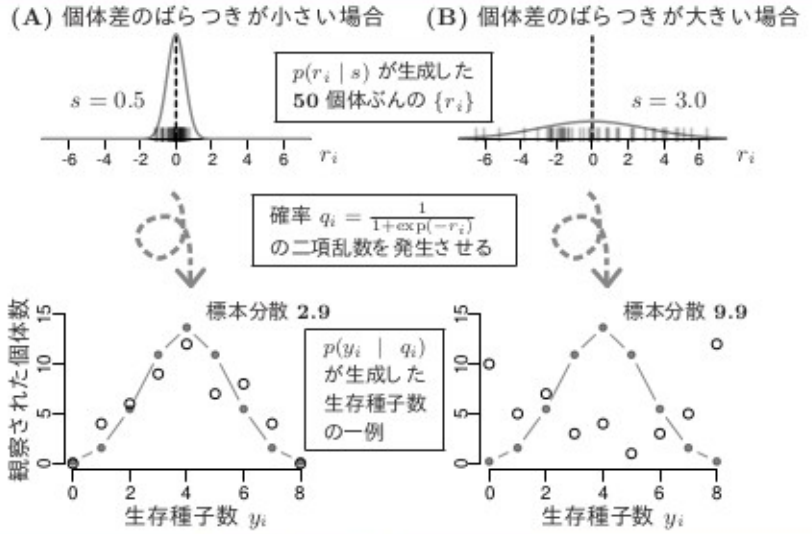
## 過分散 (overdispersion) とは何か?





個体差のばらつきをあらわす確率分布　平均的な個体や「異端」な個体のばらつき

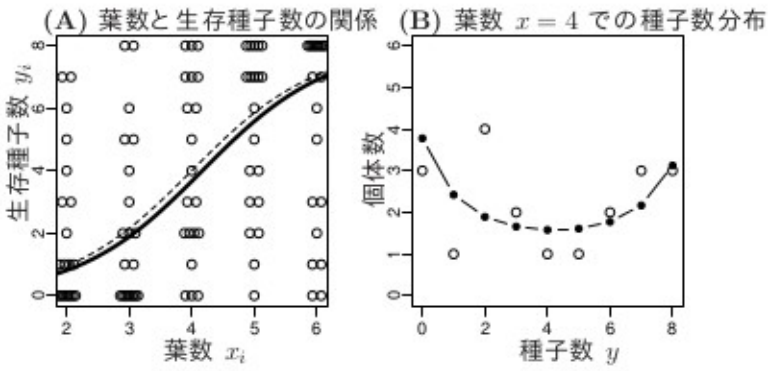
## 個体差 $r_i$ の分布と過分散の関係






一般化線形混合モデル　「積分する」とは分布を混ぜること

## 推定された GLMM を使った予測




一般化線形混合モデル
(Generalized Linear Model, GLMM) を使って問題解決

7/28（月）

# 統計モデリング入門 2014 (7)

## 階層ベイズモデル

久保拓弥 kubo@ees.hokudai.ac.jp

北大環境科学院の講義 http://goo.gl/XeBR2x

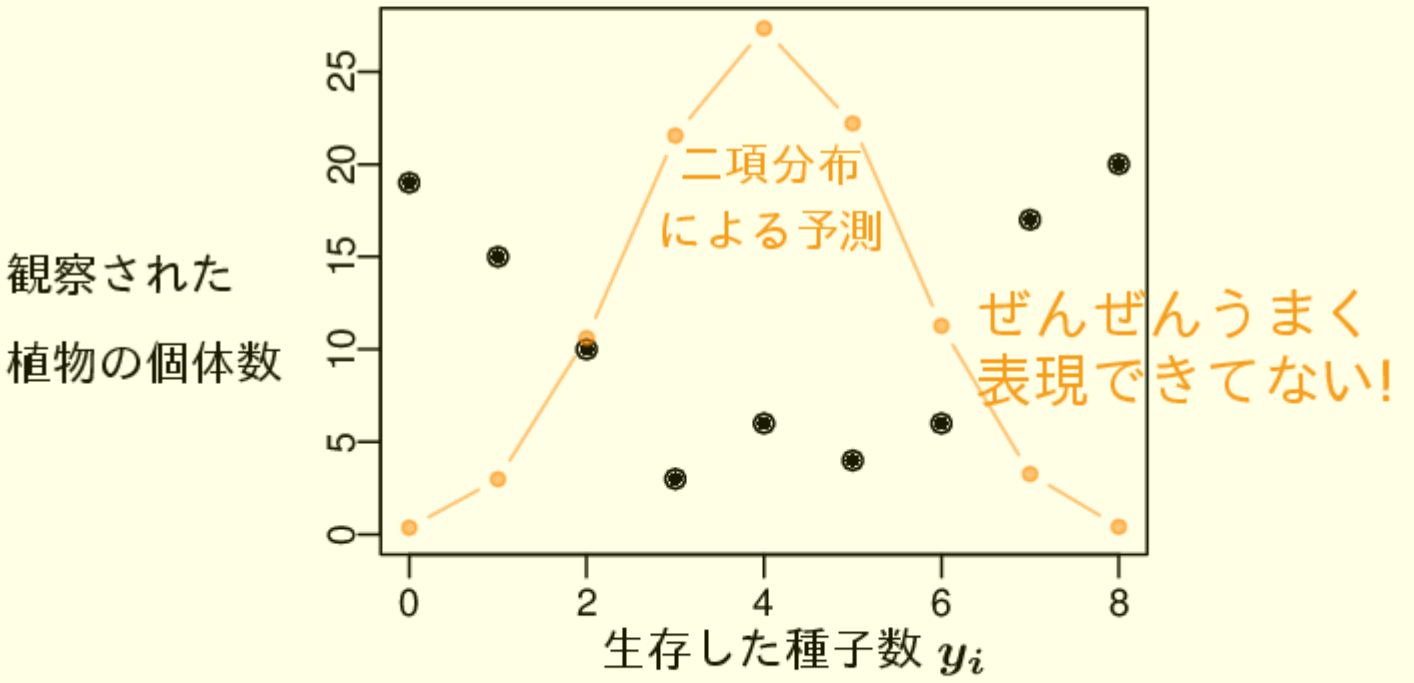
2014–07–28

ファイル更新時刻: 2014–07–01 16:24

# GLM ではうまく説明できないデータ!?

## また別の観測データ: 二項分布だめだめ?!

100 個体の植物の合計 800 種子中 403 個の生存が見られたので，平均生存確率は 0.50 と推定されたが……



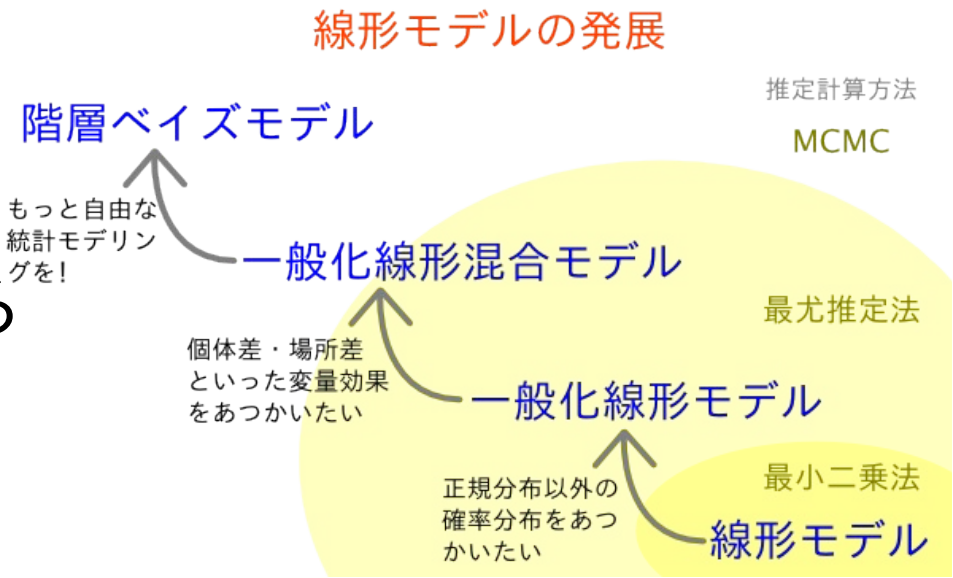

要点: 現実のデータを解析するためには，さらに工夫が必要!

# 現実のデータの複雑さを表現できる統計モデルをつくる!

個体差・地域差・生物種差・
空間相関・時間相関など
めんどうなことをあつかわない
といけない

GLM にそういう要因を組みこむ

データに複雑なモデルをあてはめる工夫をする (パラメーター推定法の改善)



# 全体の流れ

第 1 回: 7/02 (水) 観測されたパターンを説明する統計モデル

第 2 回: 7/07 (月) 確率分布と最尤推定

第 3 回: 7/09 (水) 一般化線形モデル: ポアソン回帰

第 4 回: 7/14 (月) モデル選択と検定

第 5 回: 7/16 (水) 一般化線形モデル: ロジスティック回帰

第 6 回: 7/23 (水) 一般化線形混合モデル

第 7 回: 7/28 (月) 階層ベイズモデル